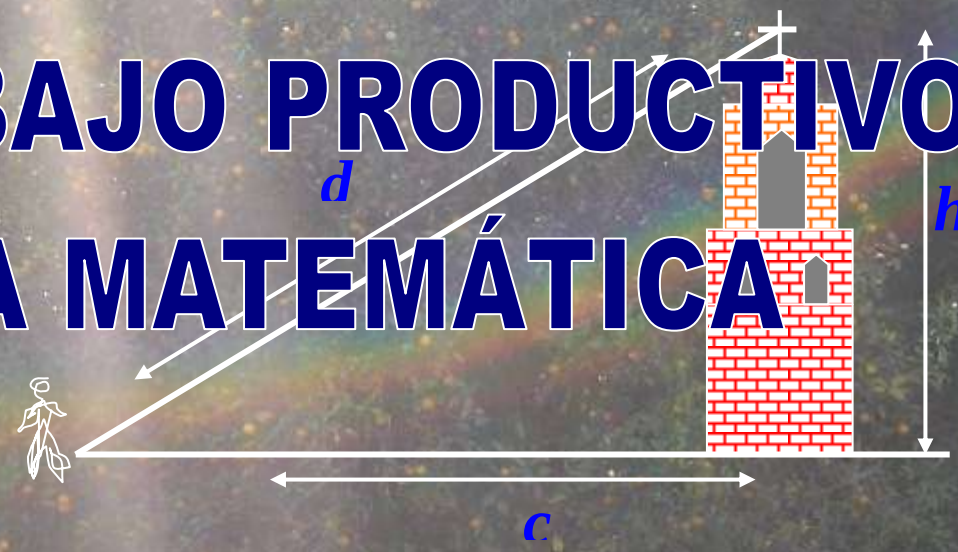
MATEMATICAS

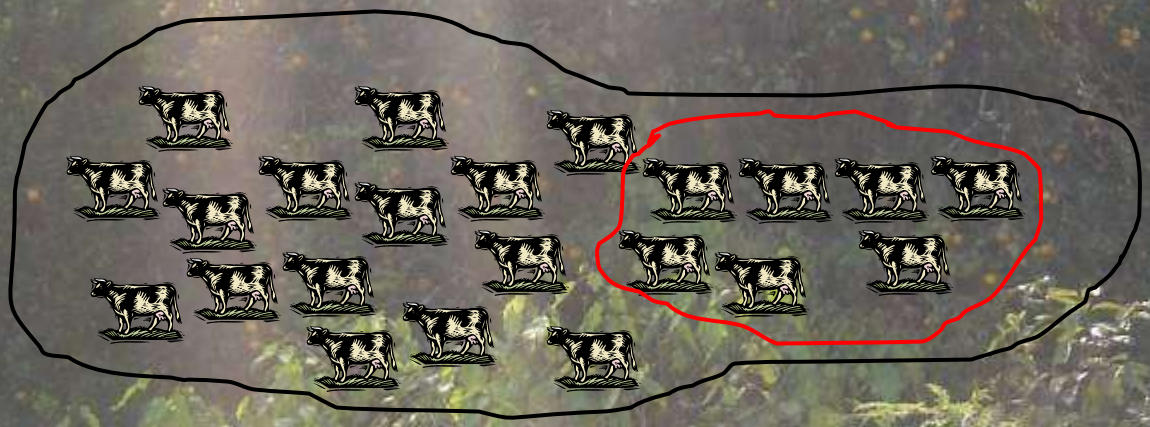
EDUCACIÓN PRIMARIA DE ADULTOS

CICLO: APRENDIZAJES DIFERENCIADOS

MÓDULO

EL TRABAJO PRODUCTIVO Y LA MATEMÁTICA





POTOSÍ

2008

COORDINADORA REGIONAL DE FERIA
POTOSI

COMISION EPISCOPAL DE EDUCACION
CEE

RED DE FACILITADORES DE EDUCACION
INTEGRAL ALTERNATIVA
RED FERIA

Educación Secundaria de Adultos

MÓDULO

EL TRABAJO PRODUCTIVO Y LA MATEMÁTICA

Puquy llank'ay allin sumaq kananpaq Yupaykunawan

Competencia general

Conoce y aplica los cálculos lógicos de geometría, trigonometría y estadística en el trabajo productivo

© 2008
Módulo
COMISION EPISCOPAL DE EDUCACIÓN - CEE
FACILITADORES DE EDUCACIÓN RURAL INTEGRAL ALTERNATIVA -
Red FERIA
El trabajo productivo y las matemáticas
Educación Primaria de Adultos
Matemáticas
Ciclo: Aprendizajes diferenciados

Elaborado por:
César Condori Bozo
CEA - Caripuyo

Revisión y complementación:
René Ticona.
Equipo Nacional de la Red FERIA

Coordinación:
Agustina Quispe M.
Equipo Nacional de la Red FERIA

Auspiciado por:
Broederlijk Delen
Red FERIA - Coordinadora Regional Potosí

CEAs - CETHAs de la CRF Potosí:

CEA - CETHA Chayanta
CEA - CETHA Toropalca
CEA - CETHA Chiro K´asa
CEA - CETHA Caripuyo
CEA - Policarpio Colque
CEA - Pocoata
CEA - Hnos. Katari
CEA - Ocurí
CEA - CETHA Juan Ramón Alcalde
CEA - CETHA Colquechaca
CEA - Santa Rita
CEA - Otuyo

Dirección:
Calle Potosí No. 814, Edif. Conferencia Episcopal Boliviana, 5to. Piso
Tel.: 2409000 - 2406882
Fax: 2407145
Email: redferia@bolivia.com / info@redferia.org
Página Web: www.redferia.org
2008
La Paz - Bolivia

CEA: Centro de Educación Alternativa
CETHA: Centro Educativo Técnico, Humanístico, Agropecuario
CRF: Coordinadora Regional de FERIA

ÍNDICE

UNIDAD 1: CALCULANDO LOS VOLÚMENES DE LOS CUERPOS DE NUESTRO ALREDEDOR 5

1. Volumen de los cuerpos. 6
1.1. Los múltiplos de m3 y sus relaciones 9
1.2. Los submúltiplos de m3 y sus relaciones 10
2. Capacidad. Unidades de capacidad 11
3. Volumen de los cuerpos. Unidades de volumen 14
3.1. Volumen de los prismas 14
3.2. Volumen de las pirámides 16
3.3. Volumen del cilindro 16
3.4. Volumen del cono 17
3.5. Volumen de la esfera 18

UNIDAD 2: DÍA A DÍA CON LA TRIGONOMETRÍA 25

1. Medidas angulares 26
1.2. ¿Cómo medir los ángulos? 27
2. Los triángulos 30
2.1. Clasificación de triángulos 31
3. Teorema de Pitágoras 33
4. Introducción a la trigonometría 36
4.1. Funciones trigonométricas 37
4.2. Trigonometría oblicuángulos 39
4.2.1. Teorema de senos 40
4.2.2. Teorema de cosenos 40

UNIDAD 3: ORGANIZANDO Y ANALIZANDO NUESTRAS ESTADÍSTICAS 47

1. Introducción a la estadística 48
1.1. Población, elementos, caracteres y muestreo 49
1.2. Variables y atributos 51
2. Distribución de frecuencias 51
2.1. Los Datos 52
2.2. Distribución de frecuencias en tablas 53
2.3. Medidas de tendencia central 55
2.4. Elaboración de los gráficos
2.5. Interpretación de los datos en la tabla 59

BIBLIOGRAFÍA 64

PRESENTACIÓN

Estimados/as participantes:

Estamos presentes ante una realidad desafiante, ya que nuestro sistema educativo se centra más en la atención de educación formal, dándole poco apoyo a la atención de los centros de educación alternativa que verdaderamente han formado y transformado a grandes líderes.

Por eso, la importancia de relacionar la matemática con la realidad productiva de nuestra sociedad. Este módulo ha de ser seguramente de gran utilidad para este fin.

La primera unidad nos lleva a la búsqueda de soluciones a las problemáticas referidas con el cálculo de volúmenes y capacidades de los cuerpos que existen en nuestro alrededor: prismas, cubos, conos, pirámides, cilindros y esferas.

La segunda da a conocer el cálculo de los elementos de las distintos clases de triángulos, ya que se ve la necesidad de representar gráficamente diferentes sucesos y problemas referidos a la relación de los elementos del triángulo, que se llama Trigonometría.

La tercera unidad nos muestra, el carácter de recolección de datos sobre un hecho real, organización sistemática de los datos y análisis de los mismos, para luego tomar decisiones de transformación.

Seguramente viendo de una manera global se darán cuenta de qué trata el módulo. Tengan confianza en sí mismos, para aprender y seguir estudiando para la vida.

Ánimo y entusiasmo, que nos espera largo camino por recorrer y aprender.

UNIDAD TEMÁTICA 1

CALCULANDO LOS VOLÚMENES DE LOS CUERPOS DE NUESTRO ALREDEDOR

Indicadores de aprendizaje

Resuelve los problemas referidos al cálculo de volumen utilizando los conocimientos de geometrías del espacio

1. VOLUMEN DE LOS CUERPOS

Querido/a participante, en el anterior módulo habíamos visto las figuras geométricas y la superficie, por eso te pido que repases el módulo anterior. Ahora veremos de dónde nacen los cuerpos geométricos, seguramente hay muchos en nuestro entorno... mira los gráficos 1 y 2

Actividad Nº 1

En tu cuaderno de aplicación dibuja e indica los nombres de los objetos de la vida cotidiana relacionados con cuerpos geométricos, es decir que ocupan una cantidad de espacio. Utiliza los instrumentos de dibujo.

……

……

……

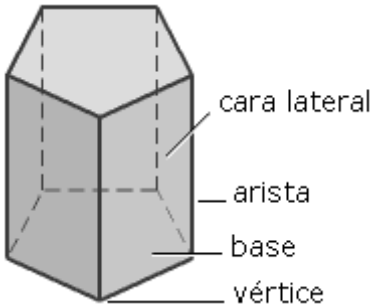
……

Graf. 1

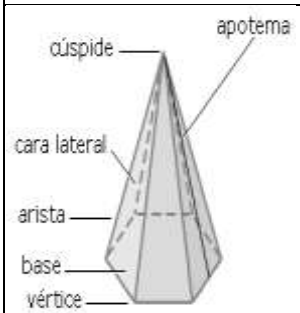
Graf. 2

Pues bien, seguramente cumpliste con la tarea de dibujar. A esos dibujos vamos a poner los nombres de acuerdo a las formas de cuerpos geométricos. A continuación presentamos todos los cuerpos geométricos mas sus respectivos nombres.

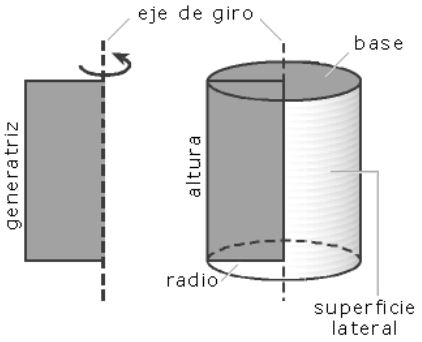
Prisma



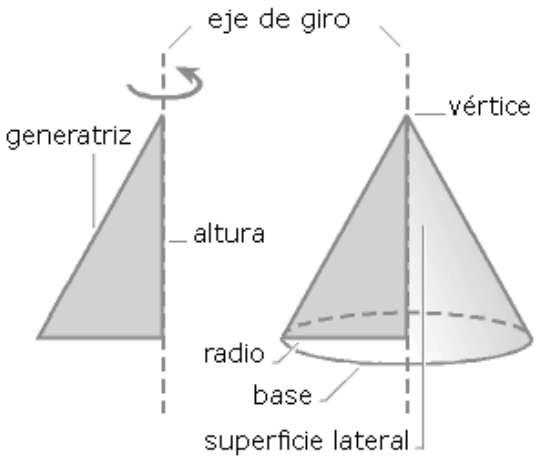
Pirámides

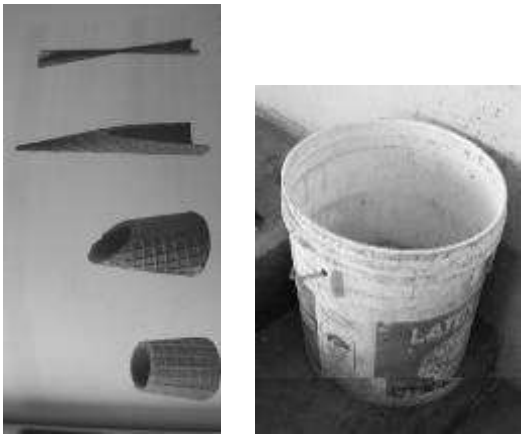


Cilindro

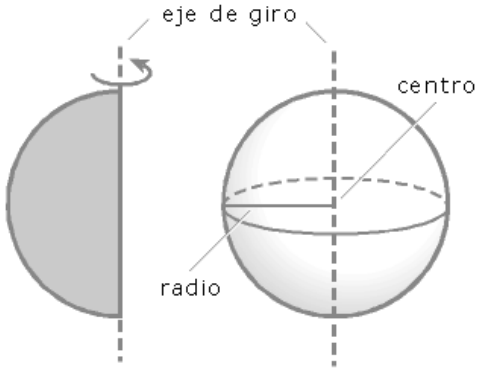


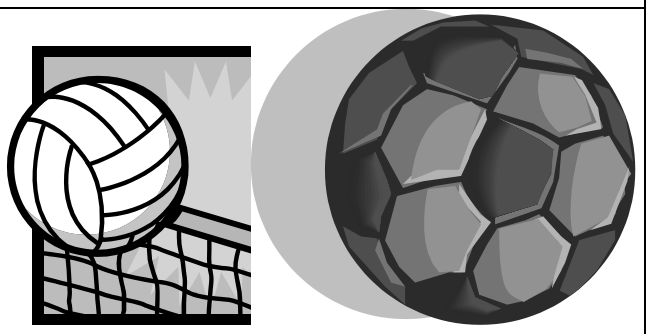
Cono





Cuerpos redondos





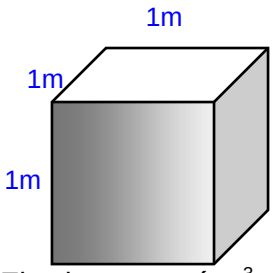
El volumen de los cuerpos:

Cada cuerpo ocupa una cantidad determinada de espacio, llamado **volumen.** Para medir el volumen de un cuerpo se compara con el volumen de otro cuerpo que se elija como unidad.

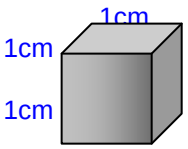
Recordemos las unidades de superficie del sistema métrico decimal (SMD) estudiadas en el módulo anterior.

Unidades de medida de volumen:

La unidad de medida del volumen es el metro cúbico y se abrevia: m^3



El volumen será m^3
V = 1m x 1m x 1m = m^3



El volumen será cm^3
V = 1cm x 1cm x 1cm = cm^3

Para saber su contenido o volumen o su contenido de un recipiente, se multiplica las tres dimensiones (largo, alto y ancho).

Relaciones entre los múltiplos y submúltiplos de m^3:

Recordemos:
En las medidas de superficie hemos visto que para saber cuántos m^2 entran en un dam^2 debemos multiplicar por 100. Las operaciones para factores de conversión son similares.

Pues bien, es importante que sepas esto:
Una unidad de volumen es 1000 veces mayor que la del orden inmediato inferior, y 1000 veces menor que la del orden inmediato superior. Para entender mejor presentamos un gráfico.

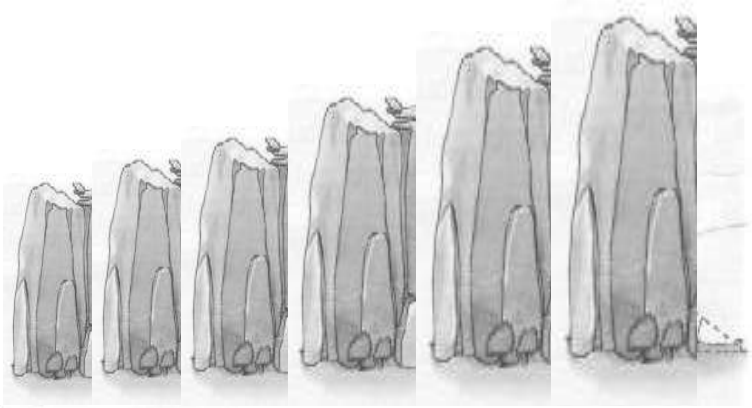
1.1. Los múltiplos de m^3 y sus relaciones

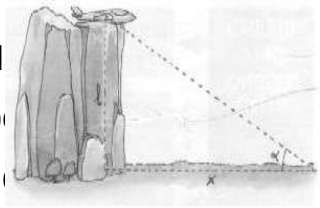
1 km^3				km^3 : kilómetro cúbico
1000 hm^3	**1 hm^3**			hm^3 : hectómetro cúbico
1.000.000 dam^3	**1000 dam^3**	**1 dam^3**		dam^3 : decámetro cúbico
1.000.000.000 m^3	**1.000.000 m^3**	**1000 m^3**	**1 m^3**	m^3 : metro cúbico

1.2. Los submúltiplos de m^3 y sus relaciones

1 m^3				m^3 : metro cúbico
1000 dm^3	**1 dm^3**			dm^3 : decímetro cúbico
1.000.000 cm^3	1000 cm^3	**1 cm^3**		cm^3 : centímetro cúbico
1.000.000.000 mm^3	1.000.000 mm^3	1000 mm^3	**1 mm^3**	mm^3 : milímetro cúbico

Los múltiplos siempre son mayores y los submúltiplos son pequeños, es como ver un desfile escolar o cívico, porque las columnas (filas) están organizadas en orden de pequeño a grande o viceversa.



Observa bien l  , los ceros varían de tres en tres de inmediato inferior y/o sup

A continuación le manera gráfica en una recta:

EJEMPLO N° 1

a) $1m^3 = 1000\ dm^3$

1 0 0 0

Km^3 hm^3 dam^3 m^3 dm^3 cm^3 mm^3

b) 3 m^3 =……. …..hm^3

			0,		0		0		0		0		3										
Km^3			**hm^3**				**dam^3**				**m^3**				**dm^3**				**cm^3**				**mm^3**

EJEMPLO N° 2

a) Expresar el siguiente volumen en litros: 501 dm^3

Por conveniencia, primeramente de decímetros cúbicos convertimos a cm^3, porque hay una relación directa con litros (1 litro = 1000 cm^3 o cc)

												5	0	1	0	0	0					
Km^3			**hm^3**				**dam^3**				**m^3**				**dm^3**				**cm^3**				**mm^3**

501 dm^3 = 501000 cm^3, ahora la capacidad convertimos en litros utilizando la regla de tres simple:

1 l ⟶ *1000 cc o cm^3 o ml* *(cc: centímetro cúbico, ml: mililitro)*
x ⟶ *501 000 cm^3*

$$\frac{1l}{x} = \frac{1000cm^3}{501000cm^3}$$

$$\frac{1l}{x} = \frac{1}{501}$$

Quiere decir que 501 dm^3 equivale a 501 l por tanto litro con dm son iguales

$$x = 1l \times 501$$

$$x = 501l$$

2. CAPACIDAD. UNIDADES DE CAPACIDAD

El litro y el decímetro cúbico

El litro es la capacidad de una cúbica de 1 dm de arista ***1 dm^3 = 1l*** *ver ejemplo n° 2*

El mililitro

1 litro son 1000 mililitros: ***1l = 1000 ml***

$1dm^3$ son 1000 cm^3: ***$1dm^3 = 1000\ cm^3$***

Tenemos entonces que **$1cm^3$** equivale a **1ml**

Kilolitro

1 kilolitro son 1000 litros: ***1kl = 1000 l***

$1m^3$ son 1000 dm^3: ***$1m^3 = 1000\ dm^3$***

Tenemos entonces que **$1\ m^3$** equivale a **1kl**

Relaciones entre las unidades de volumen y de capacidad

Volumen	m^3			dm^3			cm^3
Capacidad	kl	hl	dal	l	dl	cl	ml

EJEMPLO Nº 3 ¿Cuántos litros tienen 1500 cm^3?

1 l ⟶ *1000 cm^3* *(cc: centímetro cúbico, ml: mililitro)*
x ⟶ *1500 cm^3*

$$\frac{1l}{x} = \frac{1000cm^3}{1500cm^3}$$

$$\frac{1l}{x} = \frac{10}{15}$$

$10x = 1l \times 15$ *Quiere decir que 1500 cm^3 equivale a 1,5 litros*

$$x = \frac{15l}{10}$$

$$x = 1{,}5l$$

Para realizar una conversión de factores hay dos métodos: por regla de tres simple y gráfico. Pues bien, generalmente cada uno opta por cualquier método.

Pues bien, es importante que sepamos tomar en cuenta los siguientes pasos para graficar:

1° Paso: dibujamos la recta y anotamos el coeficiente de la unidad que queremos convertir donde su unidad.

2° Paso: Aumentamos ceros hasta llegar a la unidad de conversión y marcamos las comas detrás del primer cero, si fuera de pequeño a grande.

Actividad Nº 2. **Piensa y resuelve las siguientes capacidades:**

Haremos en nuestro cuaderno de aplicaciones

1. Expresa las siguientes cantidades en centímetros cúbicos.

a) 7 dm^3

b) 0, 5 dm^3

c) 2, 5 dm^3

d) 1000 mm^3

e) 250 mm^3

f) 5320 mm^3

g) 0, 001 m^3

h) 27 dm^3

2. Expresa los siguientes volúmenes en litros, (1 litro = 1000 cm^3 o c.c.).

a) 1dm^3

b) 500 dm^3

c) 45 m^3

d) 8 cm^3

e) 1000 mm^3

f) 1320 cm^3

g) 4546 m^3

h) 1002 cm^3

3. Expresa en metros cúbicos las siguientes cantidades.

a) 1500 dm^3

b) 5 km^3

c) 1500 cm^3

d) 135 dm^3

e) 0,750 dm^3

f) 1,5 hm^3

g) 2500 dm^3

h) 0,0000 km^3

3. VOLUMEN DE LOS CUERPOS. UNIDADES DE VOLUMEN

3.1. Volumen de los prismas

Volumen del ortoedro

Los ortoedros son prismas cuyas caras son rectángulos. En la vida real encontramos cajas, habitaciones y edificios con forma de ortoedro.

Recordemos:

Para calcular el volumen de los ortoedros se multiplica el largo (b) por el ancho (a) y por el alto (h)

Como el largo por el ancho da la superficie de la base, el volumen también se puede expresar así: superficie de la base por la altura.

La ecuación o forma general será:

V = a x b x h **V :** Volumen , **a:** ancho , **b:** base y **h:** altura

V = S_b x h **S_b :** Superficie de la base

EJEMPLO N° 4

Calcular el volumen de un tanque de 3m de largo, 2m de ancho y 2m de alto.

Datos:

V = …….

b = 3m

a = 2m

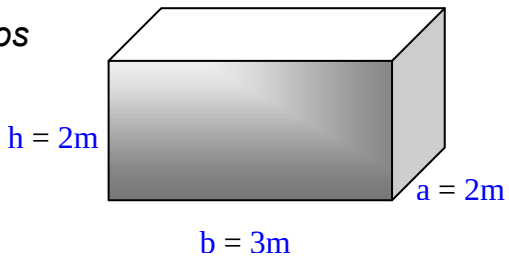
h = 2m

Remplazamos los datos

$V = b \times a \times h$

$V = 3m \times 2m \times 2m$

$V = 12m^3$



Volumen del cubo

El cubo es un ortoedro particular cuyas caras son cuadradas e iguales.

El volumen del cubo es igual al cubo de la medida de la arista (lado)

V = a x a x a **V: Volumen, a: ancho**

$V = a^3$

EJEMPLO N° 5

Calcular el volumen de una batea de forma cúbica de 4m de lado

Datos:

V =….

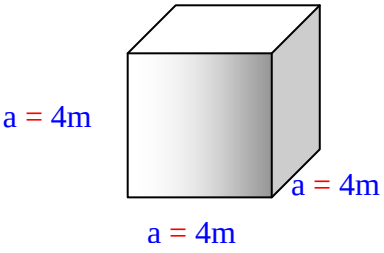
a = 4m

Remplazamos los datos

$V = a \times a \times a$

$V = 4m \times 4m \times 4m$

$V = 64m^3$



Volumen de otros prismas

Recordamos que el volumen de cualquier prisma se calcula multiplicando la superficie de la base por su altura.

La superficie de la base depende del polígono, tenemos que repasar el anterior módulo del tema de superficies

V = S_b x h **S_b:** Superficie de la base

3.2. Volumen de las pirámides

El volumen de una pirámide es igual a la tercera parte del volumen de un prisma que tiene la misma superficie de la base e igual altura.

V = (a x b x h)/3 **V:** Volumen, **a:** ancho, **b:** base y **h:** altura

$$V = \frac{S_b \times h}{3}$$ **S_b :** Superficie de la base

Calcular el volumen del techo de una casa de forma piramidal de base rectangular con los siguientes datos: **a = 4, b = 6m y h = 5m**

Datos:

a = 4

b = 6m

h = 5m

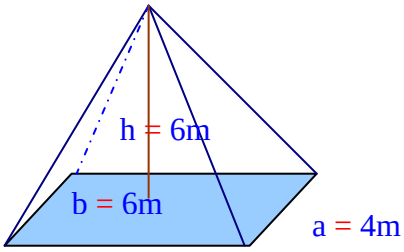
Remplazando

$$V = \frac{S_b \times h}{3}$$

$$V = \frac{a \times b x h}{3}$$

$$V = \frac{4m \times 6m \times 5m}{3}$$

$$V = 40m^3$$



3.3. Volumen del cilindro

Se dice que cuando el número de caras de un prisma crece infinitamente, se convierte en cilindro.

El volumen del cilindro, como en el caso del prisma, es igual a la superficie de la base por la altura:

Como la base del cilindro el circular, su superficie será: $S_b = \pi \cdot r^2$

por tanto el volumen es: **V = S_b x h**

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

EJEMPLO Nº 7

Hallar el volumen de un turril de chicha con base de 30 cm. de radio y altura de 80 cm.

Datos:

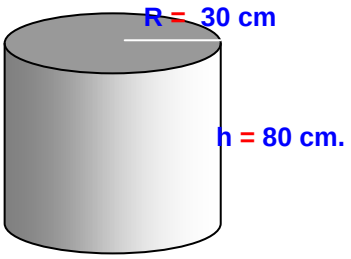
π = *3, 14 (Valor fijo)*

r = 30 cm.

h = 80 cm.

Remplazando

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$
$$V = 3{,}14 \cdot (\ 30cm\ )^2 \cdot 80cm$$
$$V = 3{,}14 \cdot 900cm^2 \cdot 80cm$$
$$V = 2826cm^2 \cdot 80cm$$
$$V = 226080cm^2$$



3.4. Volumen del cono

Si el número de caras de una pirámide aumenta infinitamente, se convierte en un cono.

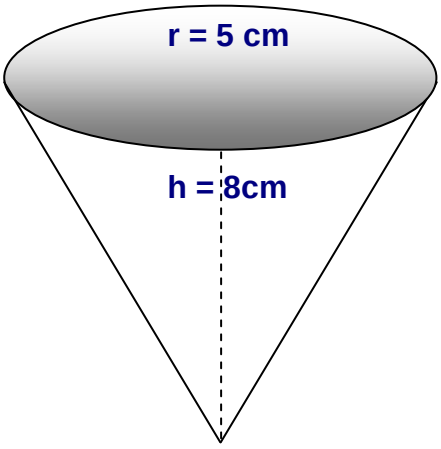
El volumen del cono, lo mismo que en la pirámide, es igual a un tercio del volumen del cilindro, es decir tercera parte del producto de superficie de la base por la altura:

Como la base del cono el circular, su superficie será: $S_b = \pi \cdot r^2$ **por tanto el volumen es: V = (S_b x h)/3**

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

EJEMPLO N° 8

¿Cuánto de capacidad tiene un embudo de forma cónica, de 5 cm de radio y 8 cm. de altura?



Datos:

r = 5 cm.

h = 8 cm.

Remplazando

$$V = \frac{S_b \times h}{3}$$

$$V = \frac{\pi \times r^2 xh}{3}$$

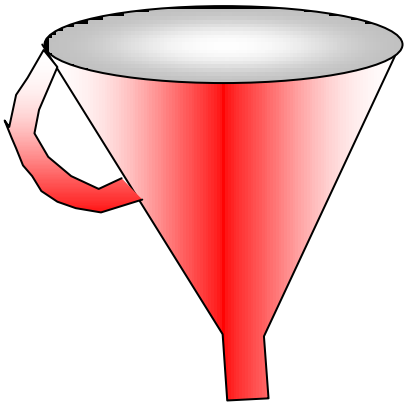
$$V = \frac{3.14 \times (5cm)^2 \times 8cm}{3}$$

$$V = \frac{3.14 \times 25cm^2 \times 8cm}{3}$$

$$V = \frac{78{,}5cm^2 \times 8cm}{3}$$

$$V = \frac{628cm^3}{3}$$

$$V = 209{,}3cm^3$$



3.5. Volumen de la esfera

Una esfera es un cuerpo, como la naranja, papa, pelota, etc.

El volumen de la esfera es igual a cuatro tercios del número π por el cubo: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

EJEMPLO N° 9

Un recipiente de forma esférica de radio 14 cm, ¿cuánto tendrá de capacidad?

Datos

r = 5 cm.

h = 8 cm.

Remplazando

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (r)^3$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot (14cm)^3$$

$$V = \frac{12{,}56 \cdot 2744cm^3}{3}$$

$$V = \frac{34464{,}64cm^3}{3}$$

$$V = 11488{,}21cm^3$$

Actividad Nº 3

Piensa y resuelve los siguientes problemas de aplicación:

Haremos en nuestro cuaderno de aplicaciones

1. En Una botella de aceite de forma cilíndrica, aparece esta leyenda: 1500 cc. Un día la señora Emiliana compró dos de estás. ¿Cuántos litros compró?

……

……

……

2. Se ha construido un depósito de agua de 4,5 m^3 de volumen. ¿Cuál es la capacidad de este depósito en litros?

……

……

……..

3. Se quiere construir un monolito piramidal de mármol cuya base sea un cuadrado de 4,5 m de lado y de 25 m de altura. ¿Cuántos kilogramos de mármol se necesitan, sabiendo que dm^3 de mármol pesa 2 kg?

……

……

……..

4. Una batea de agua construida de cemento para bebedero tiene las siguientes dimensiones: ancho 25 cm, largo 40 cm y alto 10 cm. ¿Cuántos litros tiene?

……

……

……

5. Un tanque de forma cilíndrica tiene un diámetro de 2 m y de alto 2,5 m. ¿Cuántos litros entra?

……

……

……

6. Un embudo de forma cónica tiene un radio de 4 cm. y una altura de 8 cm. ¿Cuántos mililitros tiene?

……

……

……

7. Hallar la capacidad en litros y el volumen del material que se ha necesitado para construir un tanque de las siguientes dimensiones: 3m de largo, 2m de ancho y 1,5m de alto, la pared es de 10cm y de piso 15cm.

Actividad Nº 4

Pensemos y resolveremos los siguientes problemas:

Trabajaremos en equipo de cinco personas y anotaremos en nuestro cuaderno de aplicaciones.

1. Tenemos una caja cúbica sin tapa, cuya arista mide medio metro y el espesor mide 5mm. Halla su capacidad en litros.

……

……

2. Una columna tiene forma de prisma. Su base es un rectángulo de 60 cm de largo por 45cm de ancho. La altura de la columna es de 210cm. Encontrar el volumen.

……

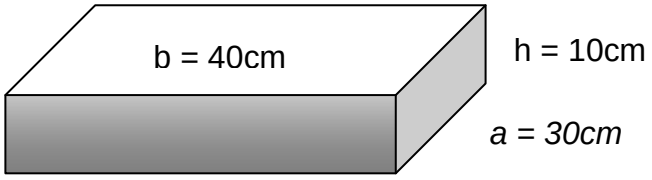
……

3. Las dimensiones de un depósito de agua cilíndrico son las siguientes: alto de 2m y diámetro de 3m. Calcula cuántos litros de agua son necesarios para llenar este depósito.

……

……

4. Se han medido las dimensiones de un adobe y se han obtenido las medidas indicadas en la figura. Calcula cuántos m^3 de barro serán necesarios para hacer 1500 adobes.



5. Un estanque de agua tiene 3m de largo, 2m de ancho y 2m de altura. ¿Cuántos metros cúbicos de agua entran en este estanque?

……

……

6. Para desparasitar el ganado con el producto Ivomec, se necesita 1 cm^3 por cada 50 kilogramos que pesa el animal.

Tenemos que curar 20 toros de 400 kilogramos y 30 vacas de 250 kilogramos.

a) ¿Cuántos cm^3 vamos a necesitar para curar toda esta tropa?

b) Si 1000 cm^3 es igual 1 a litro, ¿cuántos litros necesitamos?

c) Si un litro cuesta 1,5 Bs, ¿cuántos cuesta la desparasitación?

Actividad Nº 5

Autoevaluación y aplicación de conocimientos:

Haz en tu cuaderno de aplicaciones.

1. Averigua las dimensiones del depósito del agua de tu comunidad y saca la capacidad en litros.

……

……

2. Haz un plano de construcción de un estanque de forma cilíndrica con sus respectivas dimensiones.

……

……

……

3. Una empresa requiere construir un tanque de 15.000 litros de capacidad. Haz tu propuesta de construcción con las formas convenientes.

……

……

4. Investiga los problemas de aplicación referidos a los cuerpos geométricos. (voluntariamente).

……

……

¡Suerte!
Hasta la próxima unidad.
"No dejes para mañana lo que puedes hacer hoy"

UNIDAD TEMÁTICA 2

DÍA A DÍA CON LA TRIGONOMETRÍA

Indicadores de aprendizaje

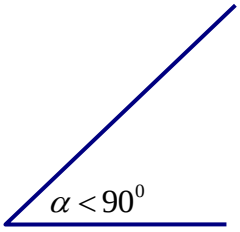
Contextualiza los conocimientos de trigonometría en el medio laboral

1. MEDIDAS ANGULARES

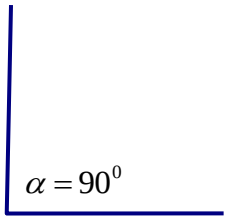
Actividad Nº 1

Observa los siguientes ángulos

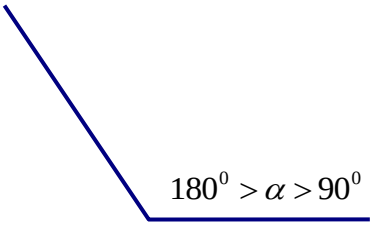
a) Ángulo agudo



b) Ángulo Recto



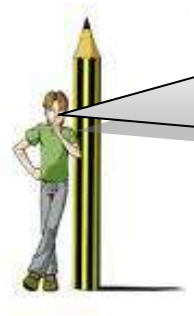
c) Ángulo Obtuso



1. ¿Qué tipo de ángulos son?

2. Indicar con dibujos los objetos relacionados con las figuras anteriores.

La abertura de un cuaderno	Abertura de compás	Esquina de una pared
La rama de una planta	Una abra	Un poste y el suelo



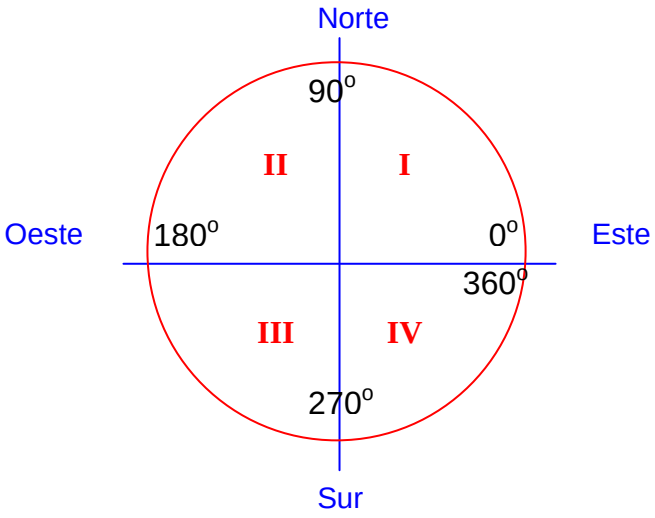
Muy bien, seguramente hemos encontrado objetos relacionados con distintos clases de ángulos, así podemos encontrar en nuestro contexto muchos objetos que llevan ángulos, más en las construcciones de casas, tanques, caminos, puentes, etc.
Pues ahora aprenderemos a utilizar las medidas de ángulos, los triángulos, teorema de Pitágoras y funciones trigonométricas.

1. 2. ¿Cómo medir los ángulos?

Para medir los ángulos, usamos un círculo que dividimos de la siguiente manera:

Dividimos el círculo en cuatro partes. Cada parte se llama cuadrante y tiene 90 divisiones. En toda la circunferencia del círculo tenemos 360 divisiones. Las divisiones del círculo se llaman GRADOS SEGSAGESIMALES (°). El ángulo se mide con transportador.

RECORDEMOS:
El ángulo es la abertura de dos rectas que tienen un punto en común (ver los gráficos de la actividad 1).



El cero (0^o) grado nos puede orientar al **este**. Es al mismo tiempo el lugar de 360^o.

El 90^o (noventa grados) nos puede orientar hacia el **norte**.

180^o puede orientar al **oeste**.

270^o puede orientarnos hacia el **sur**.

La unidad de medida de los ángulos es el grado sexagesimal (^{o}) aunque existe también otros dos sistemas de medida de los ángulos; radianes (Rad.) y grados centesimales (^{g}).

Sistema Sexagesimal	Radianes	Sistema centesimal
180^o	2π Rad.	200^g

EJEMPLO N° 1

Ahora vamos a realizar algunos ejercicios de conversión de unidades de medida de ángulos, utilizaremos nuestros conocimientos de regla de tres simple.

a) ¿45^o a cuántos grados centesimales equivale?

b) ¿40^g a cuántos grados sexagesimales y radianes equivale?

c) 270^o convertir a radianes y grados centesimales.

a) $180^o \longrightarrow 200^g$

$45^o \longrightarrow x$

$$\frac{180^0}{45^0} = \frac{200^g}{x}$$

$$180x = 200^g \cdot 45$$

$$180x = 9000^g$$

$$x = \frac{9000^g}{180}$$

$$x = 50^g$$

b) $180^o \longrightarrow 200^g$

$x \longrightarrow 40^g$

$$\frac{180^0}{x} = \frac{200^g}{40^g}$$

$$200x = 180^0 \cdot 40$$

$$200x = 7200^0$$

$$x = \frac{7200^0}{200}$$

$$x = 36^0$$

$200^g \longrightarrow 2\pi$ rad.

$40^g \longrightarrow x$

$$\frac{200^g}{40^g} = \frac{2\pi rad.}{x}$$

$$200x = 40 \cdot 2(3{,}14)rad$$

$$200x = 40 \cdot 6{,}28rad$$

$$200x = 251{,}2rad$$

$$x = \frac{251{,}2rad}{200}$$

$$x = 1{,}3rad$$

c) $180^o \longrightarrow 200^g$ $\quad$ $180^o \longrightarrow 2\pi$ rad.

$270^o \longrightarrow x$ $\quad$ $270^o \longrightarrow x$

$$\frac{180^0}{270^0} = \frac{200^g}{x}$$

$$180x = 200^g \cdot 270$$

$$180x = 54000^g$$

$$x = \frac{54000^g}{180}$$

$$x = 300^g$$

$$\frac{180^0}{270^0} = \frac{2\pi rad}{x}$$

$$180x = 270 \cdot 2(3.14)rad$$

$$180x = 270 \cdot 6{,}28rad$$

$$180x = 1695{,}6rad$$

$$x = \frac{1695{,}6rad}{180}$$

$$x = 9{,}42rad$$

Actividad Nº 2

Para resolver los ejercicios piensa muy bien antes de actuar. Haz en tu cuaderno de aplicaciones.

1. La abertura de ángulo de un techo con respecto al suelo es de 340^g. ¿A cuántos grados sexagesimales equivale?

……

2. ¿67^0 a cuántos grados centesimales y radianes tiene?

……

3. La abertura de la puerta de una casa es de 60^0. ¿A cuántos grados sexagesimales equivale?

……

4. La abertura de una puerta tiene $2\pi/5$ radianes. ¿Cuántos grados sexagesimales tiene?

……

2. LOS TRIÁNGULOS

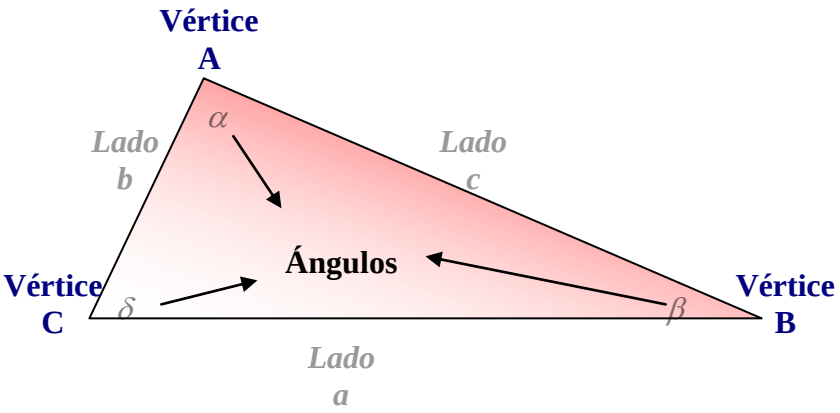
Bien, hemos recordado la clasificación de los ángulos y sus respectivos sistemas de medida, también aprendimos a convertir de un sistema a otro utilizando nuestros conocimientos de regla de tres simple. Ahora repasaremos los triángulos.

El triángulo es una figura plana cerrada por tres rectas o lados.

Cada esquina del triángulo se llama vértice e indicamos con letras mayúsculas. En los lados indicamos con letras minúsculas. Y los ángulos indicamos con letras griegas.

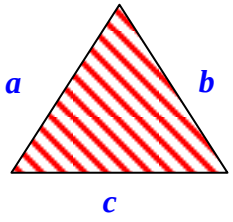
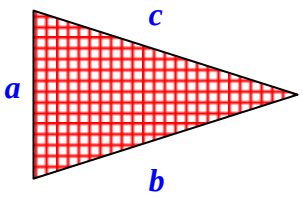
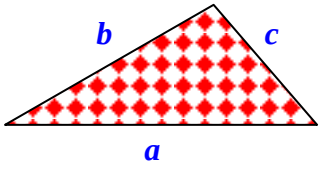
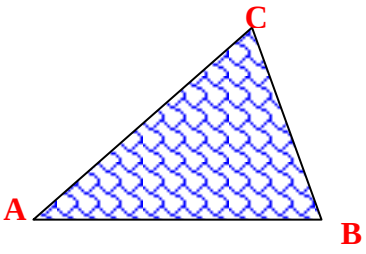
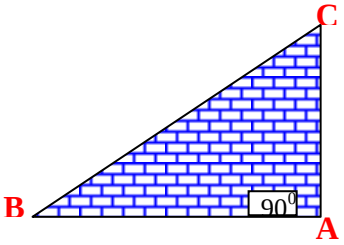
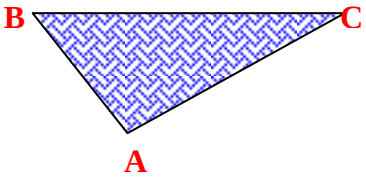
Los elementos de los triángulos son: vértice, lados y ángulos.

Cada lado tiene su ángulo opuesto (contrario) y viceversa.



2.1. Clasificación de triángulos

Se clasifican de acuerdo a la medida de sus lados y de sus ángulos:

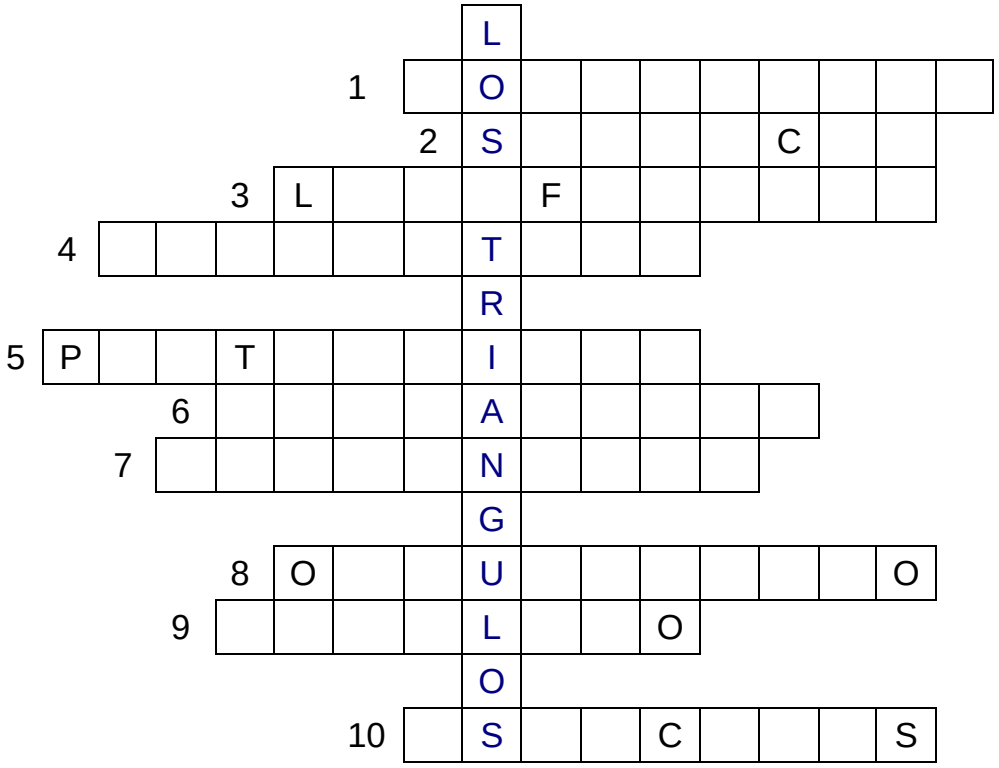
LADOS	**EQUILÁTERO**  $a = b = c$ Los tres lados iguales	**ISÓSCELES**  $a = b \neq c$ Los dos de sus lados iguales y uno distinto	**ESCALENO**  $a \neq b \neq c$ Los tres lados distintos
ÁNGULOS	**ACUTÁNGULO**  $\angle A, \angle B$ y $\angle C$ miden menor que 90^0	**RECTÁNGULO**  $\angle A = 90^0$ $\angle B$ y $\angle C$ miden menor que 90^0 También se llama ángulo recto	**OBTUSÁNGULO**  $\angle A$ es mayor que 90^0 y menor que 180^0

La suma de ángulos interiores de un triángulo es 180^0

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$$

Actividad Nº 3

Realizar el siguiente crucigrama relacionado con los triángulos

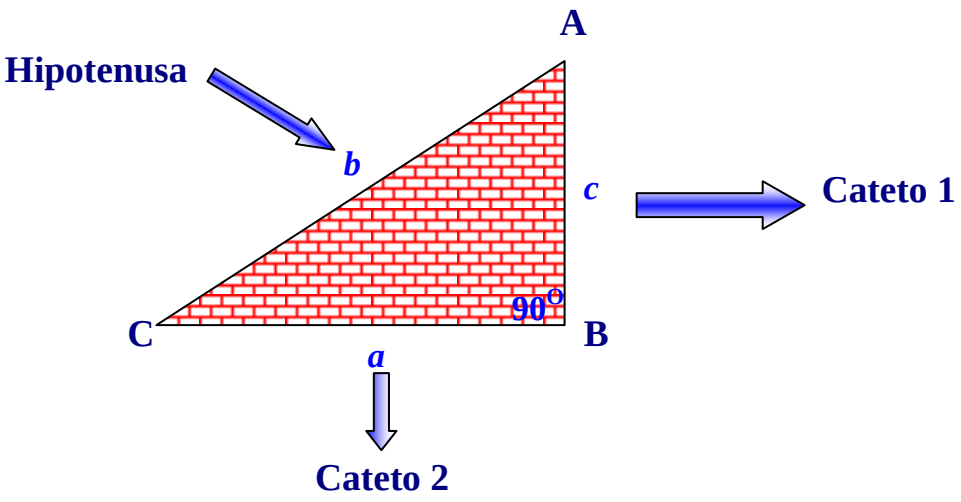


1. *Cualidad de honesto.*
2. *Favor que se hace a alguien.*
3. *Formas exteriores de objetos que se representan en el plano.*
4. *Triángulo que tiene los tres lados iguales.*
5. *Cualidad de estar en el tiempo indicado.*
6. *Triángulo que tiene los tres ángulos agudos.*
7. *Triángulo que tiene un ángulo recto.*
8. *Triángulo que tiene un de sus ángulos obtuso ($90^0 < A < 180^0$).*
9. *Triángulo que tiene los tres lados distintos.*
10. *Triángulo que tiene dos de sus lados iguales.*

3. TEOREMA DE PITÁGORAS

En este caso, vamos a estudiar con mayor profundidad la figura del triángulo rectángulo (uno de los ángulos de 90º).

Para empezar, vamos a retomar los elementos más importantes de los triángulos rectángulos con mayor detalle en el siguiente gráfico.



Importante:
Los catetos son lados adyacentes al ángulo recto: ***a*** *y* ***c***
El lado más largo se llama Hipotenusa: ***b***

$$(\text{Hip.})^2 = (\text{cat}_1)^2 + (\text{cat}_2)^2 \Rightarrow b^2 = a^2 + c^2$$

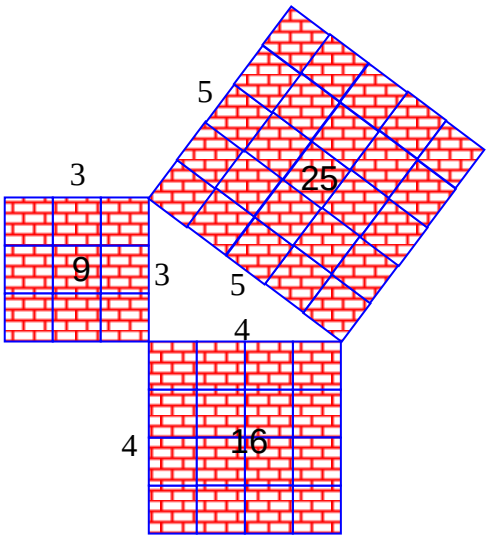
El teorema de Pitágoras nos dice que: el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Sirve exclusivamente para hallar uno de los lados conociendo dos de ellos del triángulo rectángulo.

- Conocidos los dos catetos ***a*** y ***c*** la hipotenusa "***b***" será: $b = \sqrt{a^2 + c^2}$
- Conocidos la hipotenusa ***b*** y el cateto ***a,*** el cateto "***c***" será: $c = \sqrt{b^2 - a^2}$
- Conocidos la hipotenusa ***b*** y el cateto ***c,*** el cateto "***a***" será: $a = \sqrt{b^2 - c^2}$

EJEMPLO Nº 2

En la siguiente figura, sobre cada uno de los lados del triángulo rectángulo se construye un cuadrado de lado igual a su longitud.

Observamos que el área del cuadrado correspondiente a la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados correspondientes a los catetos.



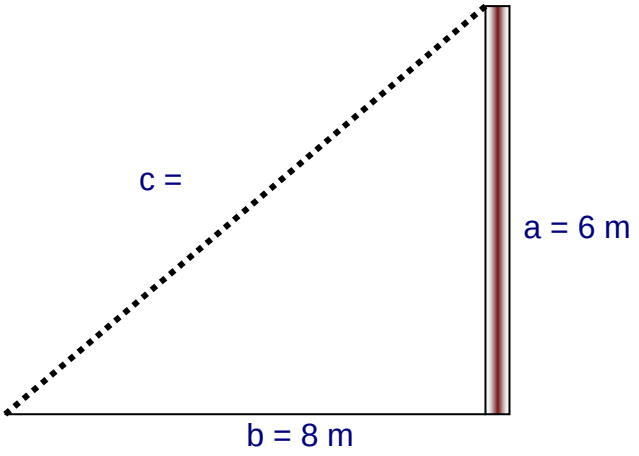
$$5^2 = 4^2 + 3^2$$
$$25 = 16 + 9$$

EJEMPLO Nº 3

Un poste de luz de 6m está sostenido con un cable al suelo a una distancia de 8 m del poste. Calcular el tamaño de cable

Utilizamos el teorema de Pitágoras, el cable representa a la hipotenusa "c" y, los catetos son "a" (poste) y "b" (la distancia).

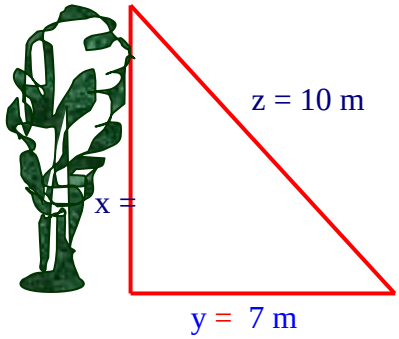
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$c = \sqrt{6^2 + 8^2}$$
$$c = \sqrt{36 + 64}$$
$$c = \sqrt{100}$$
$$c = 10m$$



EJEMPLO Nº 4

La proyección de la sombra de un árbol es 7m y la distancia del extremo de la sombra a la punta del árbol es de 10 m. Hallar la altura del árbol.

Gráfico del problema



Remplazando a la ecuación del cateto tenemos:

$$x = \sqrt{z^2 - y^2}$$
$$x = \sqrt{10^2 - 7^2}$$
$$x = \sqrt{100 - 49}$$
$$x = \sqrt{51}$$
$$x = 7{,}1m$$

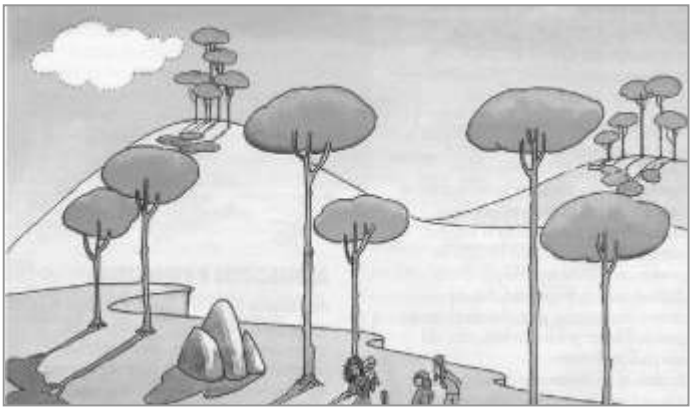
Actividad Nº 4

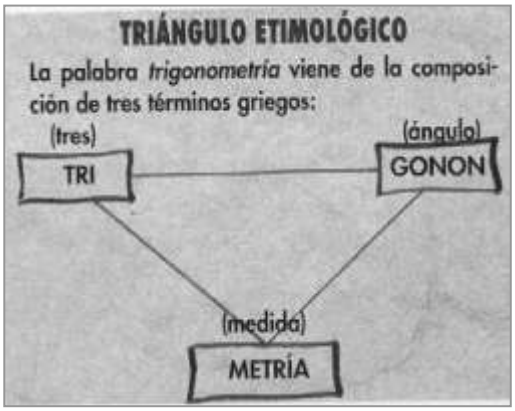
Realizar en tu cuaderno de aplicaciones los siguientes problemas de aplicación referidos a triángulos rectángulos (utilizar el teorema de Pitágoras).

1	Los dos catetos del triángulo rectángulo miden 18 cm. y 12 cm. Calcular la longitud de la hipotenusa.
2	La hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual 24 cm y uno de los catetos mide 14 cm. Calcular el otro cateto.
3	Calcular la altura de un triángulo equilátero cuyo lado mide 16 m.
4	Halla la longitud de la valla que será necesario para cercar el siguiente terreno de forma rectangular: hipotenusa 50 m y el cateto menor 30 m.
5	Un árbol de 6m de altura proyecta una sombra de 3m. Hallar la distancia del extremo de la sombra hasta la punta del árbol.
6	El ancho del techo de una casa mide 5m y el ancho de la pared sobre el cual esta apoyado mide 4,5 m calcular la altura de la caída del techo.
7	Calcular el ancho de un río con agua permanente, sabiendo que un hombre decide cruzar desde un punto, caminando 30 m y el agua le traslado a 8 m de donde debía llegar.
8	Se quiere hacer caer un árbol de 8 m desde una distancia de 7m. ¿cuántos metros de cuerda se necesita?

4. INTRODUCCIÓN A LA TRIGONOMETRÍA

Observa muy bien los dibujos que a continuación presentamos:





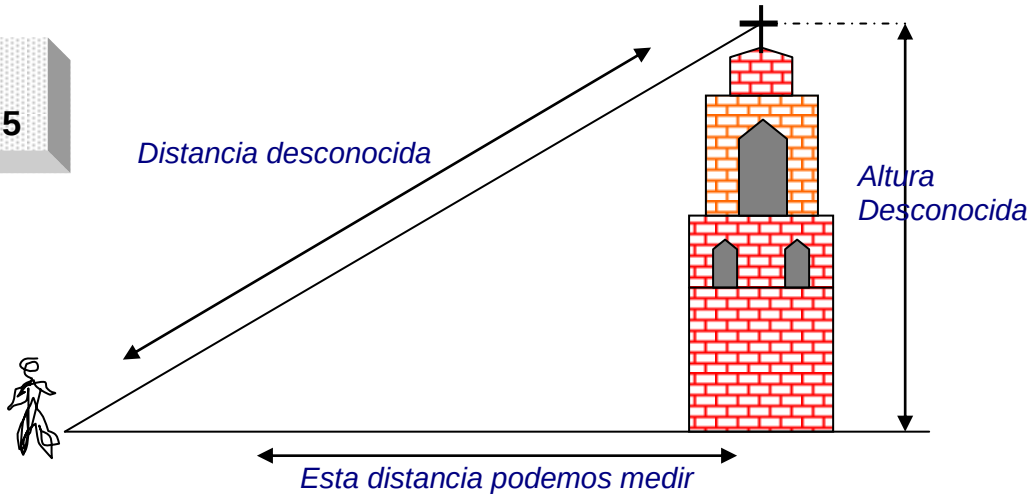
Seguramente, el gráfico de las plantas podemos representalo con triángulos rectángulos.

Pues muy bien, ahora estudiaremos a fondo los triángulos rectángulos y las relaciones de sus elementos (lados y ángulos). A esto se llama TRIGONOMETRÍA.

Cuando no conocemos a uno de los lados de un triángulo rectángulo pero sí conocemos sus otros dos lados. Para esos casos vale el teorema de Pitágoras.

Pero a veces se presentan casos que quisiéramos conocer: la altura de un árbol, la altura de una torre del pueblo, el ancho de un río con agua permanente y caudaloso, que podrán ser difíciles de medir. En estos casos, hay dos lados que desconocemos y que son difíciles de medir. Observemos el siguiente dibujo.

EJEMPLO Nº 5

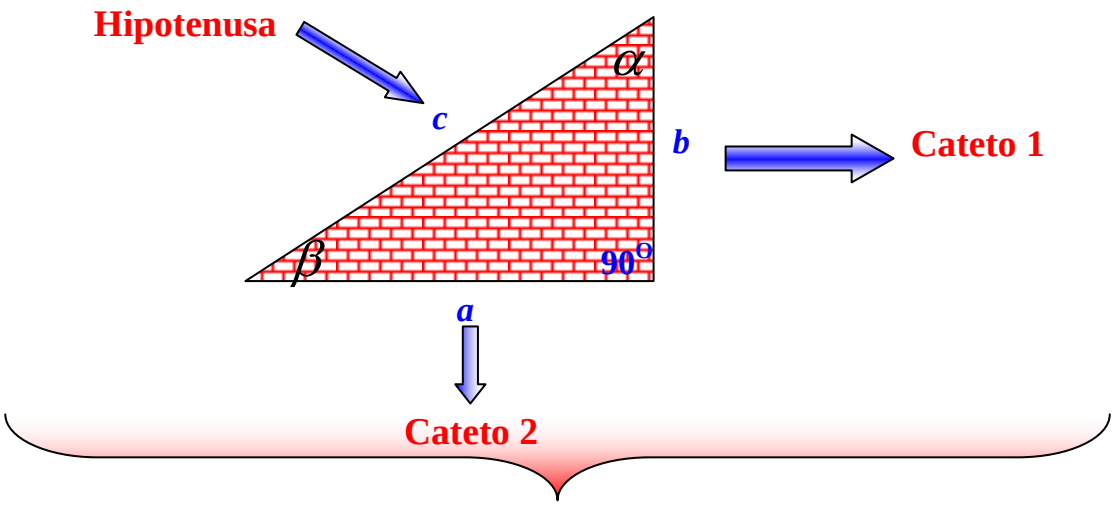


En este caso no podemos medir la altura del torre y tampoco la distancia entre la punta de la torre y el punto donde está parado el observador. Si dibujamos un triángulo, vemos que hay dos lados que desconocemos.

Para resolver este tipo de casos vamos a utilizar otro camino, que es el de la TRIGONOMETRÍA.

4.1. Funciones trigonométricas

Volvemos a repasar los elementos del triángulo rectángulo en la siguiente gráfica.



El ángulo se llamará: α

El lado horizontal "*a*" será llamado cateto opuesto al ángulo α

El lado vertical "b" será cateto adyacente al ángulo α

El lado más largo será hipotenusa *"c"*

A continuación veremos las funciones trigonométricas más usadas en la resolución de problemas:

Seno

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{cateto\ldots opuesto}{hipotenusa} \Rightarrow \text{sen}\ \alpha = \frac{a}{c}$$

Coseno

$$\cos\ \alpha = \frac{cateto\ldots ayascente}{hipotenusa} \Rightarrow \cos\ \alpha = \frac{b}{c}$$

Tangente

$$\tan\ \alpha = \frac{cateto\ldots opuesto}{cateto\ldots adyacente} \Rightarrow \tan\ \alpha = \frac{a}{b}$$

Del mismo modo para el ángulo β podemos encontrar sus funciones.

Para calcular los valores de los senos, cosenos y tangentes de los ángulos de cualquier medida se utiliza la calculadora. Por ejemplo: (sen 45^o = 0,707…) se hace de la siguiente manera, buscamos el botón “sin”, a continuación el valor del ángulo “45^o”, el botón igual “=” y posteriormente en la pantalla saldrá el valor.

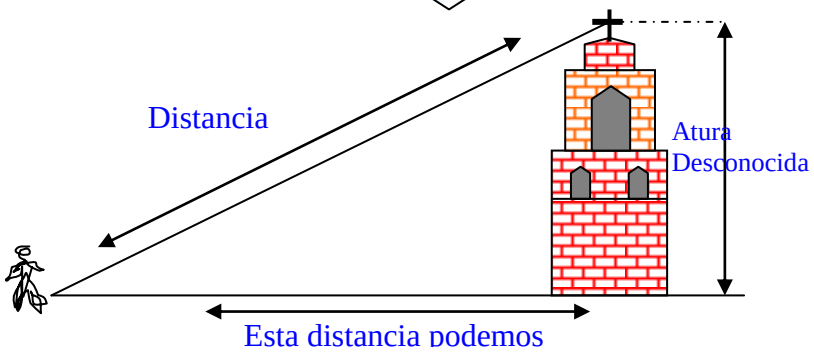
EJEMPLO Nº 6

Quiero calcular la altura de la torre desde una distancia de 20 metros. El ángulo de elevación es de 30^o

Para resolver iremos por pasos:

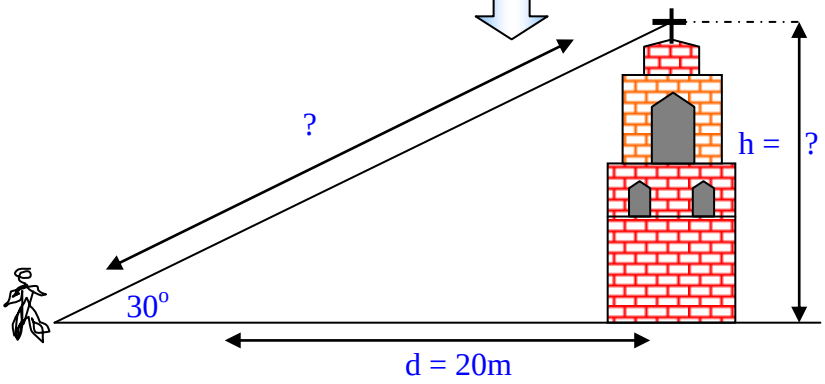
1

Para entender bien el problema, haremos un gráfico y trazamos el triángulo para visualizar mejor



2

Anotamos en este gráfico los datos donde corresponde



3

Identificamos qué es lo que quiero saber. Seguramente nos podemos dar cuenta que queremos hallar la altura de la torre

4

¿Mediante qué función puedo conocer la altura de la torre?
Aquí nos daremos cuenta la utilidad de una de las tres funciones trigonométricas.
Nos fijamos en las ubicaciones de los datos que tenemos.

Conocemos:

El cateto adyacente "d = 20 m"

El ángulo $\alpha = 30^o$

Queremos conocer el cateto "h = ?" (altura)

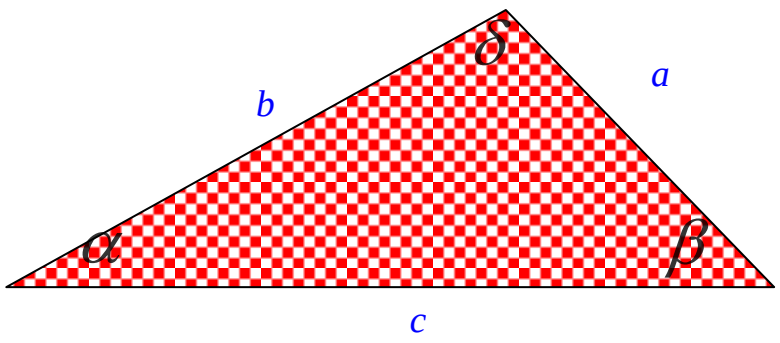
Aquí nos podemos servir de la función tangente, remplazamos los datos.

$$\tan \alpha = \frac{cateto...opuesto}{cateto...adyacente} \Longrightarrow \tan \alpha = \frac{h}{d} \Longrightarrow \tan 30^o = \frac{h}{20}$$

$$20 \tan 30^o = h \Longrightarrow h = 20 \tan 30^o \Longrightarrow h = 20 \times 0{,}58 \Longrightarrow h = 11{,}5m$$

Si nos damos cuenta, para realizar operaciones necesitamos practicar ecuaciones y manejar la calculadora.

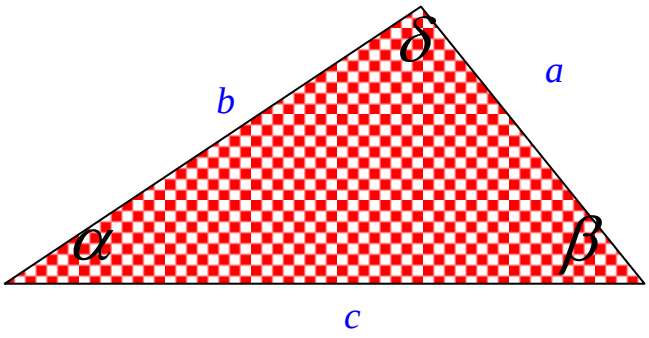
4.2. Trigonometría oblicuángulos



Aquí, se refiere a los triángulos que no tienen un ángulo recto. Para estos casos no son útiles las funciones trigonométricas.

Para encontrar los lados o rectas utilizamos el teorema de seno y coseno también se llama ley de senos y ley de cosenos.

4.2.1. Teorema de senos

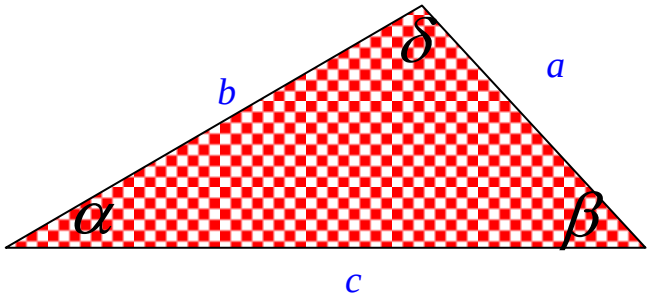


Para aplicar este teorema necesariamente se debe conocer un ángulo y dos lados ó dos ángulos y un lado pero que sean opuestos entre sí.

La ecuación general es:

$$\frac{a}{sen\alpha} = \frac{b}{sen\beta} = \frac{c}{sen\delta}$$

4.2.2. Teorema de cosenos



Para aplicar este teorema necesariamente se debe conocer un ángulo y dos lados, pero uno de sus lados conocidos opuesto al ángulo conocido.

La ecuación general es:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times \cos\alpha$$

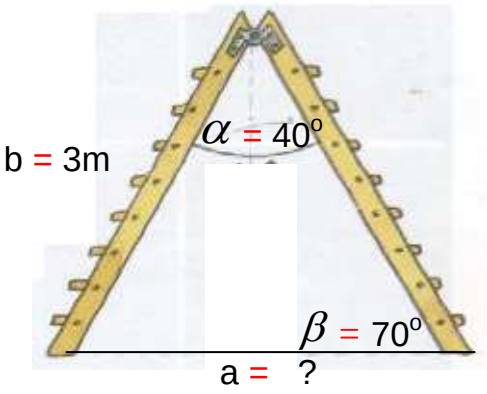
$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha}$$

Los teoremas se explican muy brevemente porque no queremos complicarnos demasiado, más es para tener en conocimiento y algunas veces requerir de ellos para resolver problemas relacionados con trigonometría.

EJEMPLO Nº 7

Un carpintero quiere construir una escalera de tijera cuyos brazos sean iguales, de 3 metros, y que una vez abiertos formen un ángulo de 50^o. ¿Cuántos metros se abrirá?

La gráfica es lo siguiente:



Como se darán cuenta, resolver analíticamente es cuestión repasar las ecuaciones de primer grado. Repasar el módulo anterior.

La operación analítica es:

$$\frac{a}{sen\alpha} = \frac{b}{sen\beta}$$

Remplazamos los datos del problema.

$$\frac{a}{sen40^0} = \frac{3}{sen70^0}$$

$$a = \frac{3 \cdot sen40^0}{sen70^0}$$

$$a = \frac{3 \cdot 1{,}93}{0{,}94}$$

$$a = \frac{1{,}93}{0{,}94} \Rightarrow a = 2{,}05m$$

Actividad Nº 5

Encontrar los valores de las siguientes definiciones de trigonometría, utilizando la calculadora.

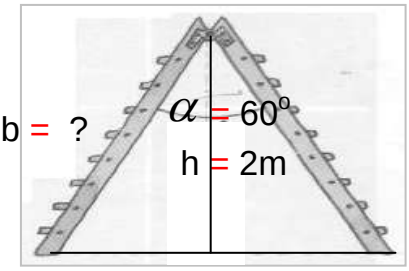
a) seno de 10^o =.....	g) seno de 44^o =.....
b) seno de 20^o =.....	h) seno de 78^o =.....
c) seno de 89^o =.....	i) seno de 85^o =.....
d) coseno de 45^o =.....	j) coseno de 10^o =.....
e) coseno de 55^o =.....	k) coseno de 25^o =.....
f) seno de 72^o =.....	l) seno de 30^o =.....

Actividad Nº 6

Resolveremos los siguientes problemas de manera libre.

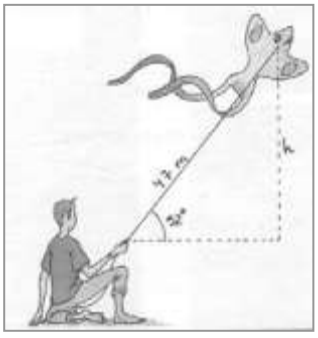
1.-

Un carpintero quiere construir una escalera de tijera cuyos brazos, una vez abiertos, formen un ángulo de 60^o. Si la altura de la escalera, estando abierta, es de 2 metros, ¿qué longitud deberá tener cada brazo?.



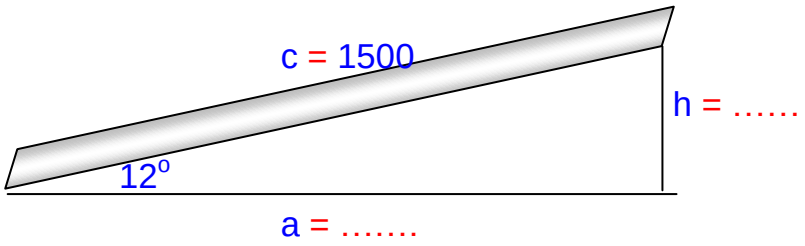
.....

2.-

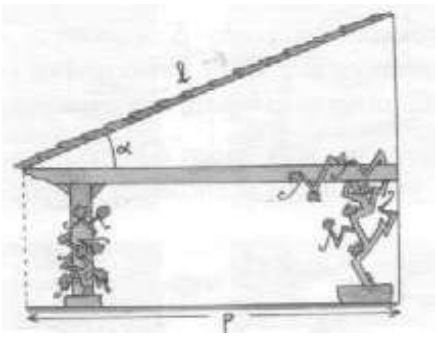


Doroteo está haciendo volar su cometa. Ha soltado ya 47 m de hilo y averigua que el ángulo que forma la cuerda de la cometa con la horizontal es de 52^o. ¿a qué altura se encuentra la cometa?

3.- Se desea calcular la altura y la distancia horizontal de un camino inclinado de 12°. El largo de este camino es de 1500 metros.



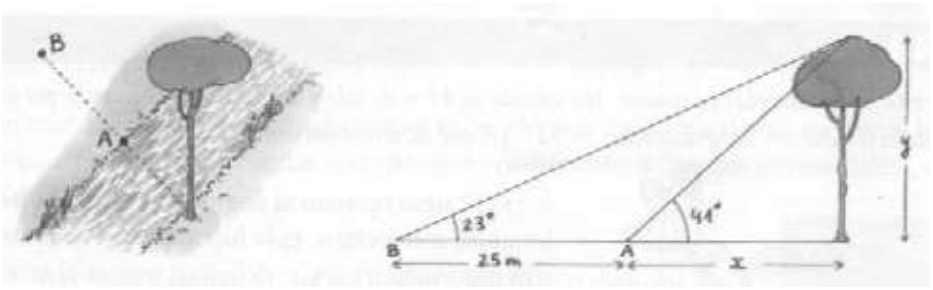
……..



4.- El ancho del techo mide 7,20 metros y tiene una inclinación de 23°. ¿Cuál es el ancho del pasillo al que protege de la lluvia?.

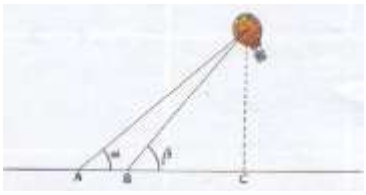
……

5.- Quieres conocer el ancho de un río y la altura de un árbol que está en la orilla opuesta. Para ello te



sitúas frente al árbol, mides el ángulo que forma con la horizontal la visual a la parte alta del árbol (41°). Te alejas del árbol, en dirección perpendicular a la orilla, andando 25 m vuelves al medir el ángulo que forma con la horizontal la visual a la parte alta del árbol. Ahora son 23° (ver el gráfico).

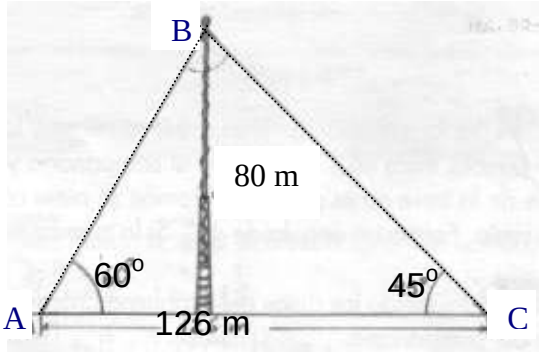
……



6.- Soltamos un globo lleno del gas y lo observamos hasta que ya no sube más. Rosa se coloca en un punto B, y Pedro en un punto A, a 5 metros de ella, de tal forma que los puntos A, B, C (observa la figura) quedan alineados. Si los

ángulo α y β miden 40^o y 50^o respectivamente, ¿a qué altura se encuentra el globo?

7.- La antena de televisión de un pueblo está sujetada al suelo con dos cables de acero, como indica la figura. Calcula:



a) La altura del la antena

b) La longitud de los cables

c) El valor del ángulo <B

8.- Se quiere calcular la altura de un árbol bastante alto desde una distancia de 30 metros y su ángulo de elevación es de 27^o.

9.- Encontrar el ángulo de elevación de un poste desde una distancia de 15 metros, sabiendo que su altura es de 7,5 metros.

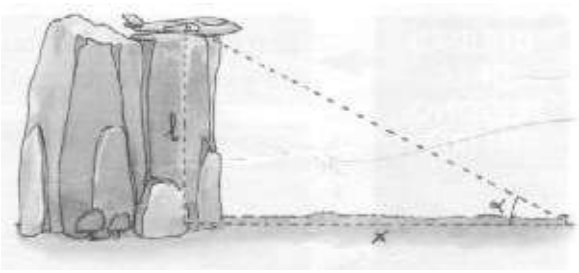
Actividad Nº 7

Autoevaluación y aplicación de conocimientos:

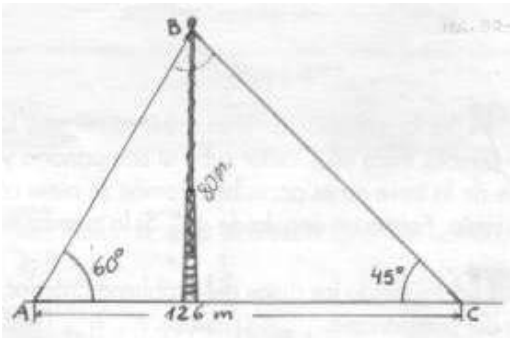
Haz en tu cuaderno de aplicaciones.

1.- Voluntariamente, inventa problemas de aplicación referidos a la trigonometría y resúelvelos.

2.- Investiga los objetos que se pueden representar con triángulos y haz una maqueta de una de ellas. Por ejemplo:



La roca y avión



la antena de radio

Actividad Nº 8

Nos divertimos jugando con anagrama.

Instrucción:

Hacer una anagrama consiste en utilizar las letras de una palabra y, cambiándolas de ubicación, formar otra. Por ejemplo, con la palabra PARIS puede formar las palabras PISAR, PRISA y PIRAS.

Aquí tenemos ocho palabras o agrupación de letras y en cada caso debes descubrir, anagramando, una palabra de la unida temática 2 que hayamos usado.

NESO	ANULGO	DALO	SONECO	GENTE TAN	CETATO	CARTE	RADINA
⬇	⬇	⬇	⬇	⬇	⬇	⬇	⬇

SENO – ANGULO - LADO – COSENO – TANGENTE – CATETO - RECTA - RADIAN

¡Suerte!

Hasta la próxima unidad.

"Déjense convencer por mis razones…."

UNIDAD TEMATICA 3

ORGANIZANDO Y ANALIZANDO NUESTRAS ESTADÍSTICAS

Indicadores de aprendizaje

Utiliza los saberes estadísticos para registrar datos de análisis de la vida cotidiana y los interpreta a través de gráficos

1. INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA

Actividad Nº 1

Primeramente respondemos a las siguientes preguntas.

1 ***En tu comunidad o en el lugar donde vives, ¿cómo recolectan o registran los datos cuantitativos de los productos, animales, jóvenes, niños, peso, edad, cantidad de plantas, etc.?***

……

……

2 ***¿Cuándo cosechaS algún producto de la región cómo lo registras y qué instrumentos utilizas para anotar? ¿Podrías dar un ejemplo?***

……

……

3 ***¿Alguna vez has sido jurado electoral? ¿Cmo hacen el conteo de votos?***

……

……..……..

La palabra "estadística" suele utilizarse bajo dos significados distintos, a saber:

1º **Como recoger datos numéricos.** Ese es el significado más vulgar de la palabra estadística. Se sobrentiende que dichos datos numéricos deben estar organizados.

Tenemos muchos ejemplos de este tipo de estadísticas. El Anuario Estadístico publicado por el Instituto Nacional de Estadística (I. N. E.), El Anuario de Estadísticas del Trabajo, etc.

2º **Como ciencia.** En este significado, la estadística estudia el comportamiento de los fenómenos de masas. Como todas las ciencias, busca las características generales de un conjunto y desecha las particularidades de cada elemento.

Importante:
La estadística estudia el recojo de datos para organizar, resumir y analizar los mismos, así como para sacar conclusiones y tomar decisiones razonables.

1.1. Población, elementos, caracteres y muestreo

1 Todo estudio estadístico siempre se refiere a un conjunto o colección de personas o cosas. A eso se llama ***población.***

La población puede ser, según su tamaño, de dos tipos:

a) ***Población finita:*** cuando el número de elementos que la forman es finito, por ejemplo el número de alumnos de un centro de enseñanza, grupo o clase.

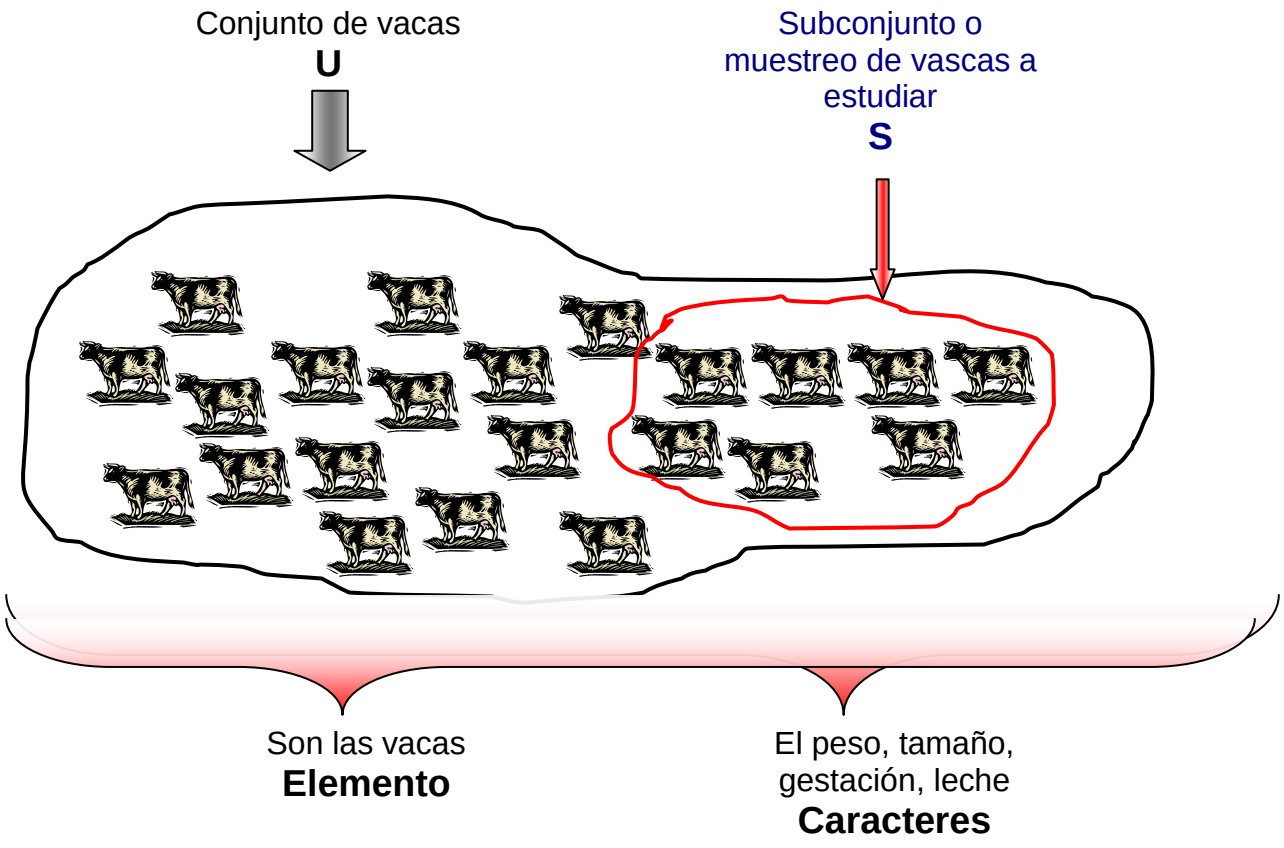
b) ***Población infinita:*** cuando el número de elementos que la forman es infinito, o tan grande que pudiesen considerarse infinitos... Como, por ejemplo, si se

realiza un estudio sobre los productos que hay en el mercado. Hay tantos y de tantas calidades que esta población podría considerarse infinita.

2 Las personas, cosas reales y abstractas, que integran la población se denominan ***elementos.*** Así, por ejemplo: tiempo, personas, animales, temperatura, votos, etc.

3 A su vez, cada elemento de la población tiene una serie de características que pueden ser objeto del estudio, a eso se llama ***caracteres***. Así, por ejemplo, si consideramos como elemento a una persona, podemos distinguir en ella los siguientes***:*** sexo, edad, nivel de estudios, profesión, peso, altura, etc.

4 Ahora bien, normalmente en un estudio estadístico no se puede trabajar con todos los elementos de la población sino que se realiza sobre un subconjunto de la misma. Este subconjunto puede ser ***un muestreo.***



1.2. Variables y atributos

Como hemos visto, los caracteres de un elemento pueden ser de muy diversos tipos, por lo que los podemos clasificar en dos grandes clases:

Las variables cuantitativas: son las que se describen por medio de números, como por ejemplo el peso, altura, edad, número de suspensos…

A su vez este tipo de variables se puede dividir en dos subclases:

- ***Cuantitativas discretas***. Aquellas a las que se les puede asociar un número entero, es decir, aquellas que por su naturaleza no admiten un fraccionamiento de la unidad. Por ejemplo, *número de hermanos: puede ser 0, 1, 2, 3, … pero no 2.5 ó 3.256.*
- ***Cuantitativas continuas***: Aquellas que no se pueden expresar mediante un número entero, es decir, aquellas que por su naturaleza admiten que entre dos valores cualquiera la variable pueda tomar cualquier valor intermedio. Por ejemplo, *la altura de personas puede ser 1.23, 1.40, 1.58, 1.80, …*

***Variables Cualitativas o Atributos*:** son aquellos caracteres que para su definición precisan de palabras, es decir, no le podemos asignar un número. Por ejemplo, sexo profesión, estado civil, etc.

A su vez las podemos clasificar en:

- ***Ordenables:*** Aquellas que sugieren una ordenación, por ejemplo, la graduación militar, el nivel de estudios, etc.
- ***No ordenables:*** Aquellas que sólo admiten una mera ordenación alfabética, pero no establece orden por su naturaleza. Por ejemplo, el color de pelo, sexo, estado civil, etc.

2. DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS

La distribución de frecuencias es la organización de los datos en tablas, de acuerdo al número de veces que se da un determinado resultado.

2.1. Los datos

Antes de organizar los datos en tablas, se hace la recolección de datos del estudio estadístico de cualquier fenómeno de cualquier población y la recolección depende de los objetivos del estudio estadístico.

EJEMPLO 1 *Supongamos que queremos hacer un estudio del número de ganados vacunos, ovinos y camélidos de mi comunidad.*

1° Paso: *Debemos utilizar las técnicas de recolección.*

2° Paso: *Para contar y clasificar datos se puede utilizar las barras que a continuación mostramos.*

Nº	Ganados	Recuento	Frecuencia absoluta
1	vacunos	𝍸	24
2	ovinos	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	71
3	camélidos	𝍸 𝍸 𝍸 𝍸	57
		Total animales	152

Anotar de esta forma facilita el recuento final, haciendo de 5 en 5.

2.2. Distribución de frecuencias en tablas

A.- **Frecuencia absoluta:** es el número de veces que se da el resultado en el total de la muestra, la representaremos por n_i.

B.- **Frecuencia relativa**: es el número de veces que se indica en tanto por ciento o tanto por uno, que es el cociente entre la frecuencia absoluta y el total de la muestra, la representaremos por h_i.

$$h_i = \frac{n_i}{N}$$ Donde **N** = Tamaño de la muestra

C.- **Porcentaje:** La frecuencia relativa es un *tanto por uno,* sin embargo, hoy día es bastante frecuente hablar siempre en términos de *tantos por ciento o porcentajes*, por lo que esta medida resulta de multiplicar la frecuencia relativa por 100. La denotaremos por p_i.

$$p_i = h_i x 100\%$$

D.- **Frecuencia Absoluta Acumulada:** Para poder calcular este tipo de frecuencias hay que tener en cuenta que la variable estadística tiene que ser cuantitativa o cualitativa ordenable. La frecuencia absoluta acumulada de un valor de la variable, es el número de veces que ha aparecido en la muestra un valor menor o igual que el de la variable y lo representaremos por $\mathbf{N_i}$.

$$N_i = N_{i-1} + n_i$$

E.- **Frecuencia Relativa Acumulada:** Al igual que en el caso anterior la frecuencia relativa acumulada es la frecuencia absoluta acumulada dividido por el tamaño de la muestra, y la denotaremos por $\mathbf{H_i}$

$$H_i = \frac{N_i}{N}$$

Porcentaje Acumulado: Análogamente se define el Porcentaje Acumulado y lo vamos a denotar por $\mathbf{P_i}$ como la frecuencia relativa acumulada por 100.

$$P_i = H_i x100\%$$

Pues bien hemos aprendido las definiciones de las frecuencias, ahora retomamos el ejemplo 1 y haremos una distribución de frecuencias con mayor detalle utilizando las tablas.

Orden de los elementos	Los elementos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada	Porcentaje	Porcentaje acumulada	Giro o grados
i	**x_i**	**n_i**	**h_i**	**N_i**	**H_i**	**p_i %**	***P_i***	***G.***
1	Vacunos	24	0,16	24	0,16	16	16	$57,6^o$
2	Ovinos	71	0,47	95	0,63	47	63	$169,2^o$
3	Camélidos	57	0,37	152	1	37	100	$133,2^o$
	Total N	152	1					360^o

Es posible que las ecuaciones o fórmulas generales en recuadros nos puedan asustar, pero si nosotros tenemos conocimiento de ecuaciones, seguro que se nos hace fácil de comprender y con la práctica aprenderemos las tablas. Es Importante manejar la calculadora.

2.3. Medidas de tendencia central

Las medidas de tendencia central nos sirven para analizar los datos de un punto central y los más usados son tres:

A. La **Media aritmética** de un conjunto de datos es el cociente entre la suma de todos los datos y el número de estos, también se llama promedio.

Para hallar la media aritmética:

- Se multiplica los datos por sus frecuencias absolutas respectivas.
- El resultado se divide por el total de los datos, que la suma de las frecuencias absolutas.
- Si los datos están agrupados, se toman como datos las marcas de clase.
- Se simboliza con $\overline{x}$

Sacamos nuestro promedio de nuestro ejemplo

$$\overline{x} = \frac{152}{3}$$

$$\overline{x} = 50{,}6$$

50,6 significa que, hay esa cantidad de animales entre vacas, ovejas y camélidos en la comunidad.

$$\overline{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f_i = \sum_{i=1}^{n} = \frac{x_i \cdot n_i}{N}$$

B. La **Mediana** de un conjunto de datos es un valor tal que el número de datos menores que él es igual al número de datos mayores que él.

Para calcular la mediana se procede del siguiente modo:

- Se ordenan los datos de menor a mayor
- Si el número de datos es impar, la mediana es el valor central.

- Si el número de datos es par, la mediana es la media aritmética de los valores centrales.

En el caso de nuestro ejemplo, no es tan clara la mediana porque no son atributos ordenables a aunque se puede considerar a 71.

Para comprender mejor nos damos otro ejemplo

EJEMPLO 2 Los pesos, en kilogramos, de 11 vacas son:

196, 150, 162, 155, 157, 153, 164, 153, 170, 167, 172

Si ordenamos los pesos de menor a mayor, resulta

150, 153, 153, 155, 157, 162, 164, 167, 169,170, 172

El peso de las vacas situado en el centro de la ordenación se llama mediana de los pesos (162)

C.- La **Moda** de un conjunto de datos es el dato que tiene mayor frecuencia o se repite.

- Si los datos se encuentran agrupados tomaremos como moda la marca de la clase que tiene mayor frecuencia (clase modal)
- La moda puede no existir (si todos los datos tienen igual frecuencia), puede ser único (unimodal), tener dos modas (bimodal), etc.

En el caso de nuestro ejemplo 1, se considera al número de ovinos porque se repite más, 71 veces.

En el caso del ejemplo 2 se saca de la siguiente manera.

150, 153, 153, 155, 157, 162, 164, 167, 169,170, 172

La moda es el peso de 153 kg.

2.4. Elaboración de los gráficos

Para elaborar gráficos en la computadora es importante manejar el programa **Excel**.

- **Barras.** Las barras pueden ser horizontales o verticales

A continuación hacemos la gráfica del ejemplo 1.

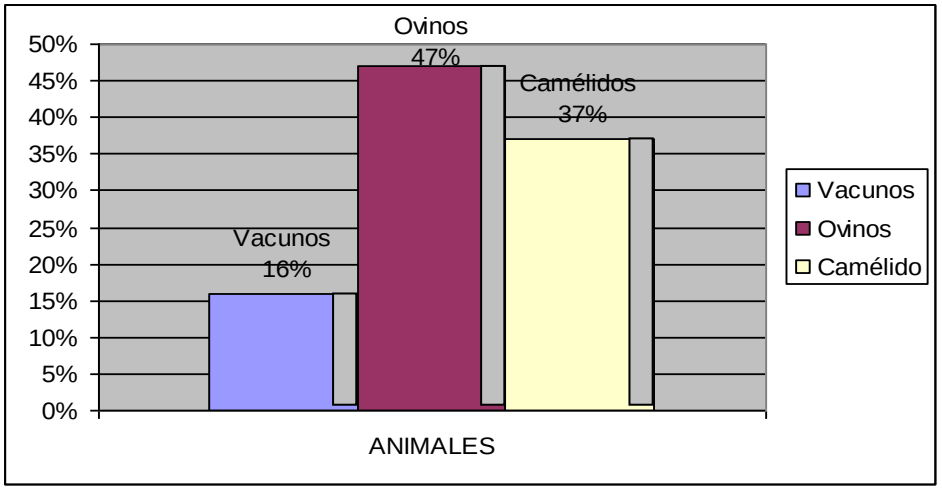


Fig. 1

La Fig.1 se llama gráfica de barras. La anchura de cada barra no tiene importancia en este caso y se escoge a gusto (siempre que las barras no se tapen). Los números sobre las barras se pueden eliminar. Si se mantienen, la escala vertical de la izquierda, que generalmente son porcentajes, pero en casos particulares puede ser el valor absoluto.

Para realizar nuestras gráficas tenemos que utilizar regla, colores, papes cuadriculada, etc.

- **Ojiva de Galton.** Es similar a las barras, pero la diferencia son las líneas zigzageadas que forma como arco.

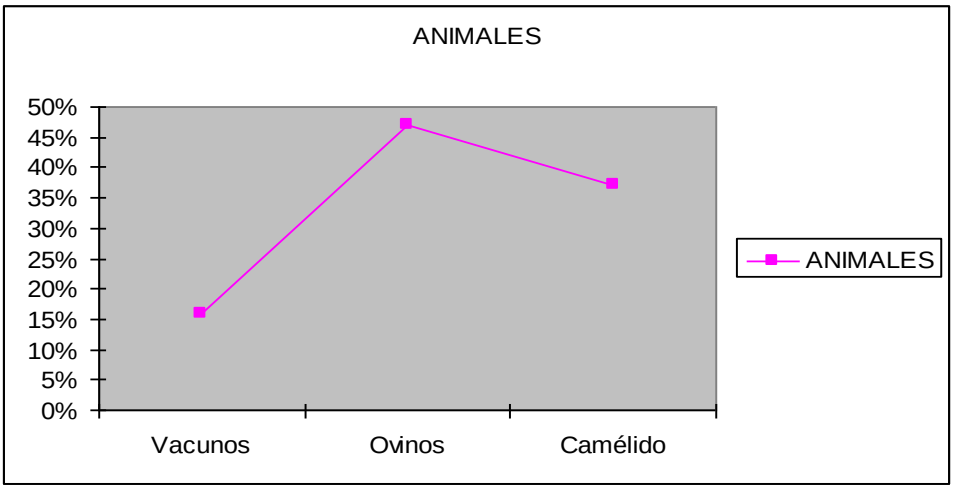
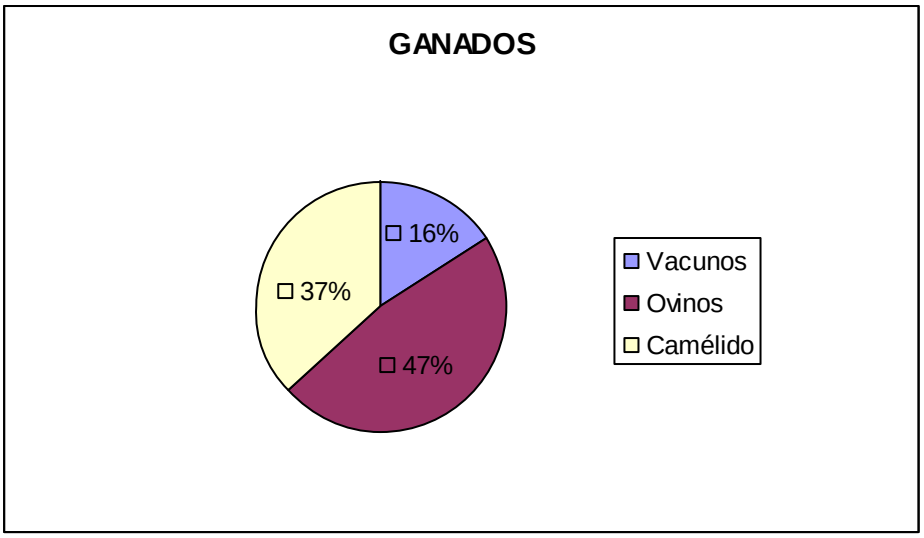


Fig. 2

Para realizar este tipo de gráfica también son necesarios los materiales que se mencionan en gráfico por barras.

- **Diagrama circular.** Para construir un diagrama circular, hacemos que la superficie total coincida con 360^{o} porque una vuelta completa de circunferencia mide eso. Se puede representar también como la forma de la torta. Nombre indica es una circunferencia, para graficar es necesario utilizar los valores de giro (ver la tabla de distribución de frecuencias), para ello es necesario utilizar compás, transportador y colores.



- **Creación de gráficos (en Excel).** Pues es sumamente importante manejar la computadora y con mayor profundidad aprender el paquete Excel.

  En el programa de Excel se construye la tabla de variables, luego se entra al menú insertar, se escoge la opción gráfico, donde aparecerá opciones de gráfico como: barra, lineal, circular, etc,

  En el centro donde estudias pide que el facilitador de computación te enseñe a manejar programa Excel.

2.5. Interpretación de los datos en la tabla

Orden de los elementos	Los elementos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada	Porcentaje	Porcentaje acumulada	Giro o grados
i	**x_i**	**n_i**	**h_i**	**N_i**	**H_i**	**p_i %**	***P_i***	***G.***
1	Vacunos	24	0,16	24	0,16	16	16	$57,6^o$
2	Ovinos	71	0,47	95	0,63	47	63	$169,2^o$
3	Camélidos	57	0,37	152	1	37	100	$133,2^o$
	Total N	152jjj	1					360^o

n_1 Podemos decir que hay 24 vacunos

n_2 Podemos decir que hay 71 ovinos

y así sucesivamente

N 152 ganados

P_1 16 % son vacunos

P_3 37 % son camélidos

Media aritmética $\bar{X} = 50,6$ ⇒ *50,6 significa que, como si existiera la misma cantidad de animales entre vacas, ovejas y camélidos en la comunidad.*

Actividades de refuerzo

Haz en tu cuaderno de aplicaciones.

1.Elaboramos un diagrama de barras para representar la siguiente tabla y completar las frecuencias.

Utilizamos símbolos estadísticos.

Orden de los elementos	Los departamentos de Bolivia	Superficie (Km^2)	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada	Porcentaje	Porcentaje acumulada	Giro o grados
i	**x_i**	**n_i**	**h_i**	**N_i**	**H_i**	**p_i %**	***P_i***	***G.***
1	Chuquisaca	51 524						
2	La Paz	1 339 985						
3	Oruro	53 588						
4	Potosí	118 218						
5	Cochabamaba	55 631						
6	Tarija	37 621						
7	Santa Cruz	370 621						
8	Beni	213 564						
9	Pando	63 827						
	Total N							

2. Encontrar las medidas de tendencia central de la tabla anterior (media y mediana).

……

……

.....

3.- Al preguntar a un grupo de 23 campesinos sobre el número de ovejas que tienen cada uno, se obtuvo la siguiente respuesta: 51, 23, 18, 32, 43, 72, 40, 51, 80, 51, 43, 51, 62, 40, 20, 51, 18, 34, 43, 70, 23, 45, 74 .

a) ¿Cuál es la moda? b) ¿Cuál es la mediana?

……

……

.....

4. Un grupo de 15 campesinos conversan sobre sus cosechas de papa en quintales anualmente, echan los siguientes resultados. 5, 4, 8, 3, 9, 5, 10, 7, 10, 10, 14, 10, 15, 14, 18. Hallar las tres medidas de tendencia central.

……

……..……..

5.- En una comunidad de 16 familias se preguntó sobre cuánto dinero gastan mensualmente. Se obtuvo el siguiente resultado:

FAMILIAS	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	Ñ	0
Gastos en Bs.	121	34	25	50	56	50	35	23	45	68	50	56	50	50	34	15

a) Hallar las tres medidas de tendencia central

b) Elaborar la tabla de distribución de frecuencias

c) Elaborar la gráfica de barras y círculo.

……

……

.

Actividades de aplicación

Busquemos la información de datos en nuestras regiones o comunidades.

1 Averigua en tu comunidad, la cantidad de toros por familia y anota los resultados en una tabla. Toma como modelo la siguiente tabla.

Familia	Rojas	Choque	Mamani	…..	……	…….	…….	……	……	…..
Cantidad de toros	3	4	1	…….	…..	…….	……	……	…….	…..

……

……

2 De los resultados de la actividad 1, elaborar la tabla de distribución de frecuencias.

Orden de los elementos	Las familias	Toros por familia	Frecuencia relativa	Frecuencia absoluta acumulada	Frecuencia relativa acumulada	Porcentaje	Porcentaje acumulada	Giro o grados
i	**x_i**	**n_i**	**h_i**	**N_i**	**H_i**	**p_i %**	***P_i***	***G.***
1	Rojas							
2	Choque							
3	Mamani							
	Total N							

3 De la actividad 1, hallar las tres medidas de tendencia central (mediana, moda y media).

……

……

4 De la actividad 2 elaborar la gráfica de barras, ojiva y circular.

……

……

5 Haz una investigación o estudio sobre cualquier acontecimiento referido a los datos estadísticos. De los resultados haz la tabla de distribución de frecuencias, halla las tres medidas de tendencia central y las gráficas.

……

……

Bien querido compañero. Espero que te haya gustado este módulo
"No hay mal que venza al bien"
Nos vemos……

¡¡SUERTE!!

BIBLIOGRAFÍA

J. COLERA, J. E. GARCÍA y otros. “4B Matemática”. Editorial Grupo Anaya S. A. Madrid -España1997.

C.E.T.H.A. Socamani. “Matemática medio superior ficha n° 1”. Oruro 1995

C.E.T.H.A. Socamani. Matemática medio superior ficha n° 3. Oruro 1995

MANSILLA, Serafín y PAZ BUJANDA, María. “Números Matemáticas Secundaria 2”. Editorial S. M. Madrid – España 1997.

GUTIERREZ, Pedro A. “Matemáticas 2 secundaria”. Editorial La Hoguera. Bolivia 2003

GUTIERREZ, Pedro A. “Matemáticas 3 secundaria”. Editorial La Hoguera. Bolivia 2003

CAJAS HERMOSA, Víctor. “Matemáticas 8”. Editorial Don Bosco. La Paz – Bolivia 200

MARTINEZ UGARTEMENDIA, Jacinto. “Calculo 8”. Ediciones S. M. Madrid – España 1993

SPIEGEL, R. Murria. “Estadística”. Colección Schaum. Multinacional- 1995