UNIDAD I

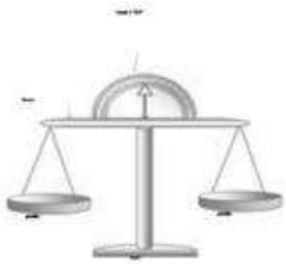
UNIDADES DE MEDIDA

INDICADOR

Conoce y resuelve problemas de conversión de unidades de medida.

UNIDADES DE MEDIDA



Responde en tu cuaderno las siguientes preguntas:

1.- En que utilizarías cada uno de estos instrumentos de medida?

2.- Para qué actividades te sirve utilizar estos instrumentos.

3.- Fuera de estas unidades de medida que otras unidades de medidas tradicionales o ancestrales conoces. Menciónalos y dibújalos.

4.- Para sembrar 1 hectárea, que cantidad de semilla de papa utilizas?

5.- Cuánto mide tu terreno para el sembradío?

6.- Que distancia recorres desde tu casa hasta el CETHA y qué tiempo te toma?

UNIDADES DE LONGITUD

¿Escriba lo que comprendes por longitud?

....

....

....

....

Por parejas midan su altura correspondiente

NOMBRE	**ESTATURA**
....	....
....	....

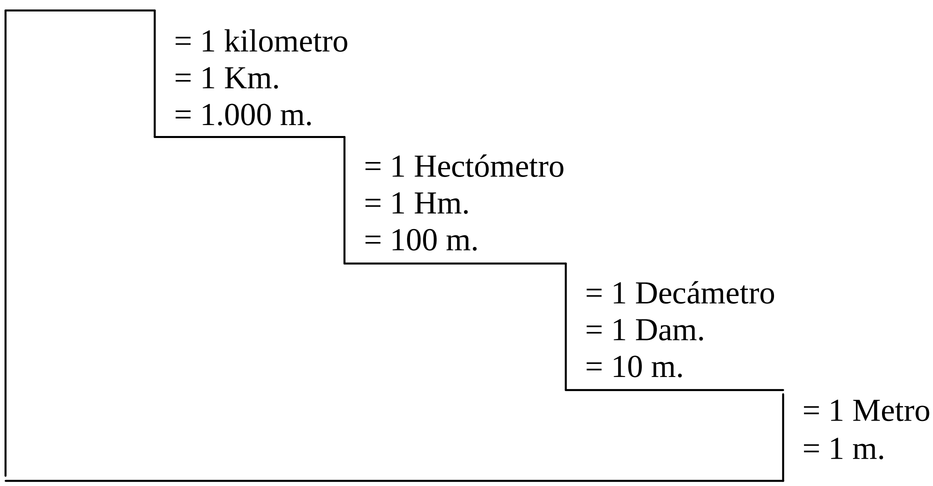
Más de una vez te habían preguntado ¿Cuánto mides?

La altura es una longitud y para medir longitudes utilizamos unidades, diferentes tamaños cuando por ejemplo, la distancia que hay entre dos ciudades, no la expresamos en metros, sino mucho más en kilómetros

En cualquier caso el metro se considera la unidad principal de longitud; su símbolo es: **m**.

Los múltiplos del metro

Para medir longitudes grandes utilizamos unidades mayores que el metro, como él: kilómetro, hectómetro y decámetro que son sus múltiplos.



Para lograr un escalón hay que multiplicar por 10 la unidad que está en el escalón superior. En cambio para subirlo hay que dividir entre 10 unidades del escalón inferior.

Para bajar de unidad	**Para subir de unidad**
1 Km. = 1 x 10 hm = 10 hm.	1 hm. = 1 ÷ 10 Km = 0,1 hm.
1 hm. = 1 x 10 dam = 10 dam	1 dam. = 1 ÷ 10 hm = 0,1 dam
1 dam = 1 x 10 m = 10 m. .	1 m = 1 ÷ 10 dam = 0,1 m. .

Para lograr tres unidades (tres escalones de golpe habrá que multiplicar por 1000)

1 km = 1 x 1.000 = 1000 m.

Para subir tres unidades (tres escalones de golpe habrá que dividir entre 1.000)

1m. = 1 ÷ 1000 km = 0,001 km.

ACTIVIDADES

1. Practica los cambios de unidades entre múltiplos del metro con los dos ejemplos siguientes:

1. María recorre 3.000m. desde tu casa a su centro ¿A cuántos km equivale el recorrido que realiza María?

2. Si nuestro departamento de Oruro se encuentra a una altura 3.746m s.n.m. ¿A cuántos Hm equivale dicha altura?

3. Si un agricultor en un día y medio realiza un trabajo de 30 Hm de surco con su arado ¿Cuántos metros de surco realizara en cinco días?

4. Si la profundidad del pozo de tu vivienda mide 34.5m ¿A cuántos dm equivale?

5. Convierte a metros las siguientes longitudes: 3hm 0.7km y 1.8dm

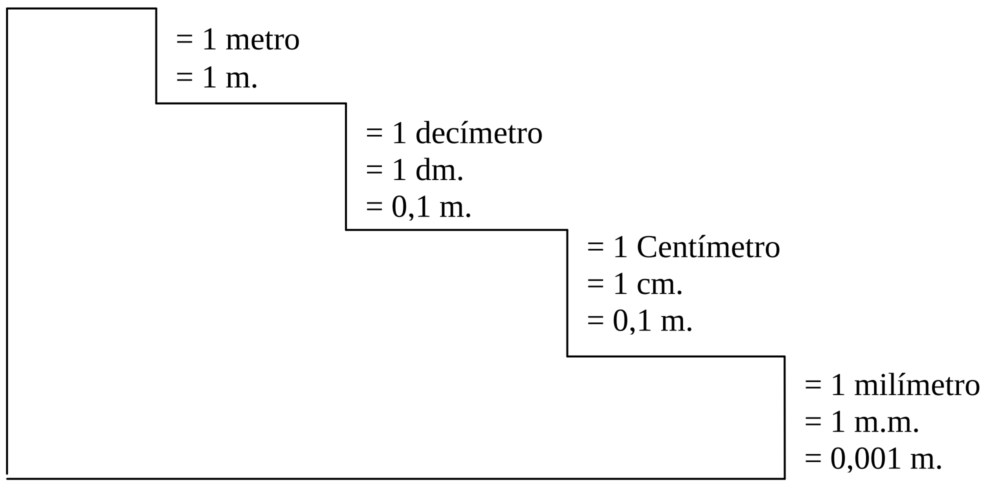
Hay que lograr escalones		**Habrá que multiplicar por**	
3 hm	2	100	3 x 100 = 300 m.
0,7 km	3	1000	0,7 x 1000 = 700 m.
1,8 dam	1	10	1,8 x 10 = 18 m.

6. Convierte a kilómetros las longitudes siguientes 90 hm; 150 m.; 340 dam.

Hay que subir escalones		**Habrá que dividir entre**	
90 hm	1	10	90 ÷ 10 = 9 km.
150 m	3	1000	150 ÷ 1000 = 0,15 km.
340 dam	2	100	340 ÷ 100 = 3,4 km.

LOS SUBMÚLTIPLOS DEL METRO

Para medir longitudes pequeñas, utilizamos unidades menores que el metro, como el decámetro el centímetro y el milímetro; son sus submúltiplos.



Para bajar un escalón hay que multiplicar por 10 la unidad que está en el escalón superior. En cambio para subir hay que dividir entre 10 la unidad del escalón inferior.

Para bajar de unidad			Para subir de unidad		
1 m	= 1 x 10 dm	= 10 dm	1dm	=	1 ÷ 10 m = 0,1 m
1 dm	= 1 x 10 cm	= 10 cm	1 cm	=	1 ÷ 10 dm = 0,1 dm
1 cm	= 1 x 10 mm	= 10 mm	1 mm	=	1 ÷ 10 cm = 0,1 cm

Para bajar tres unidades (tres escalones de golpe) habrá que multiplicar por 1.000.

1 m = 1 x 1000 mm = 1.000 mm.

Para subir tres unidades (tres escalones de golpe) habrá que dividir entre 1.000.

ACTIVIDADES

Aplicando lo múltiplos y sub múltiplos de las medidas de longitud realiza las siguientes actividades.

1. Que dimensiones expresados en ***m*** tiene tu terreno de largo y ancho, representa gráficamente:

Largo: …………….. **Ancho: ………….**

a) De las medidas obtenidas convierte a **dm**; **cm y mm.**

2. Convierte a metros las longitudes siguientes 156cm; 29dm; 357mm.

3. Convierte a milímetros las siguientes longitudes 5 dm, 14 m; 7,8 cm.

4. Convierte a metros las longitudes siguientes: 3670 cm; 300 dm; 1000 mm.

5. Convierte a milímetros las longitudes siguientes 15 m; 3,10 cm; 30 dm.

SUMA Y RESTA DE LONGITUD

Para sumar o restar longitudes están expresadas en la misma unidad; si las unidades fueran distintas, lo primero que hemos de hacer es transformarlos. Ej.:

1.- Desde mi casa a la parada del auto bus hay 27 dam y desde la parada hasta el CETHA existe 5,4 km.

¿Cuál será la distancia de recorrido en km desde mi casa hacia el Centro?

Como las unidades de decámetro y kilometro, son distintos, primero transformamos 27dam a km:

$$27 \text{ dam} = 27 \div 100 \text{ km} = 0{,}27 \text{ km.}$$

Y ahora podemos sumar las distancias

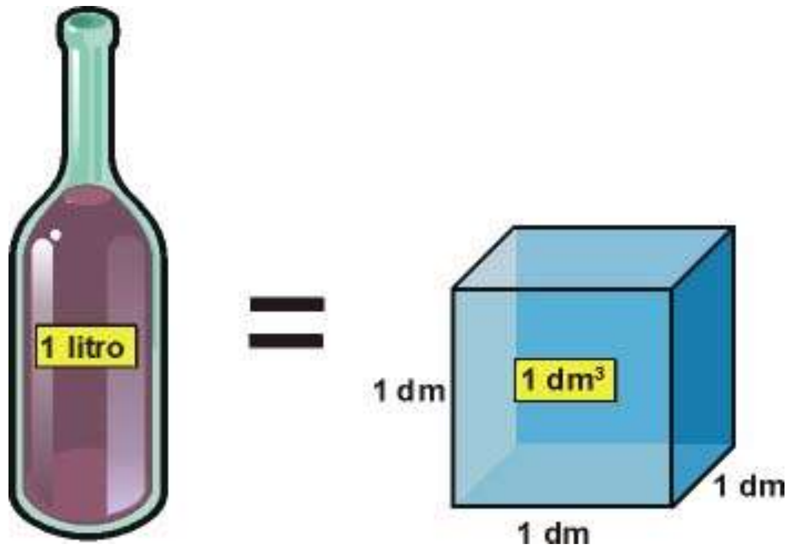
$$0{,}27 \text{ km} + 5{,}4 \text{ km} = 5{,}67 \text{ km}$$

La distancia recorrida es de 5,67 km.

2.- En un partido de fútbol, desde mi posición hasta el arco existe 73,5 dm. Mi compañero que está delante de mí, se encuentra a 365 cm del arco.

¿Qué distancia existe entre mi compañero y yo?

UNIDADES DE CAPACIDAD



¿Qué entiendes por unidad de capacidad?

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

¿Cómo utilizas las unidades de capacidad en tu cotidiano vivir?

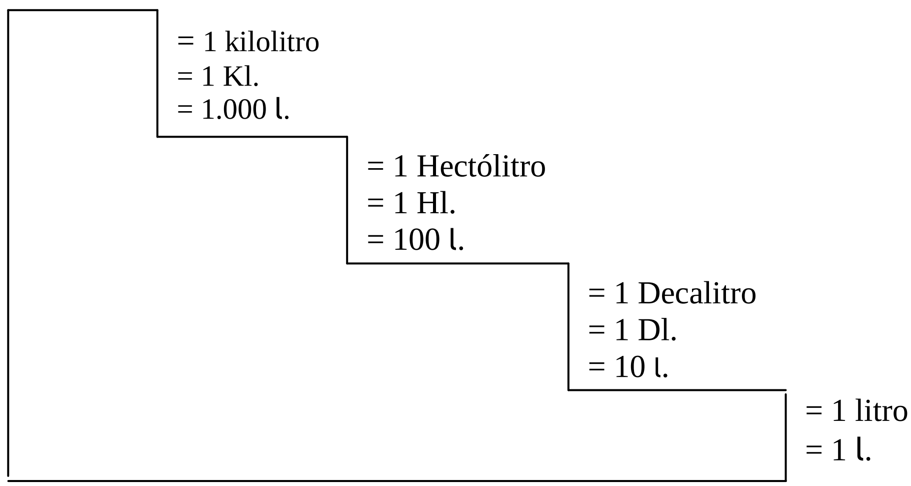
………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………..

En tu cuaderno, cita y dibuja los instrumentos que aplicas en las mediciones de capacidad:

Para medir la cantidad de agua u otro líquido que cabe en un vaso, en una cantimplora o en cualquier recipiente, utilizamos las unidades de capacidad, su unidad principal es el litro cuyo símbolo es l.

Los múltiplos del litro (l).- Para medir capacidades grandes usamos unidades mayores que el litro como el kilolitro, Hectolitro y Decalitro que son sus múltiplos.



Para bajar un escalón hay que multiplicar por 10 la unidad que está en el escalón superior. En cambio para subirlo hay que dividir entre 10 unidades del escalón inferior.

Para bajar de unidad			**Para subir de unidad**		
1 Kl.	= 1 x 10 Hl	= 10 Hl.	1 Hl.	= 1 ÷ 10 Kl	= 0,1 Hl.
1 Hl.	= 1 x 10 Dl	= 10 Dl	1 Dal.	= 1 ÷ 10 Hl	= 0,1 Hl.
1 Dl	= 1 x 10 ℓ	= 10 ℓ .	1 ℓ	= 1 ÷ 10 Dl	= 0,1 Dl.

Para bajar tres unidades (tres escalones de golpe habrá que multiplicar por 1000)

1 kl = 1 x 1.000 l = 1000 l.

Para subir tres unidades (tres escalones de golpe habrá que dividir entre 1.000)

1l. = 1 ÷ 1000 kl = 0001 kl.

ACTIVIDADES

1. Una cisterna distribuye diariamente a la comunidad 400 Hl de agua ¿A cuántos litros equivale?

2. Si en la comunidad se cuenta con 137 Kl de agua y existe 15 familias ¿A cuántos litros de agua le corresponde a cada una de ellas?

3. Don Martin recoge de 30 familias diariamente 5 litros de leche ¿Cuántos Hl recoje en una semana?

4. Convierte a litros las medidas de capacidades siguientes

   1,4 Hl; 0,08 kl; 2,5 Dl

5. Convierte a kilolitro las capacidades siguientes

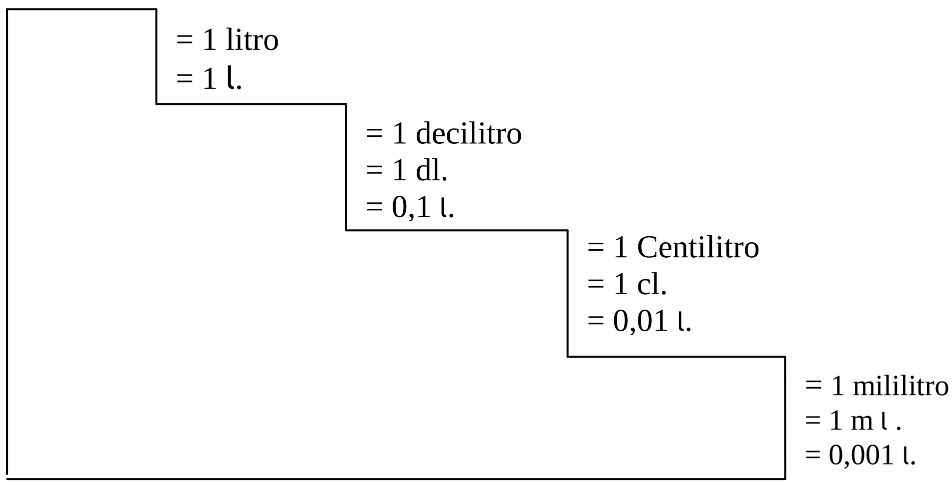
   11 Hl; 750 l; 864 Dl

6. Convierte a litros las capacidades siguientes.

   13,5 kl; 35,1 Hl; 30,10 Hl

LOS SUBMÚLTIPLOS DEL LITRO

Para medir capacidades pequeñas, utilizamos unidades menores que el litro, como el decilitro el centilitro y el mililitro; son sus submúltiplos.



Para bajar un escalón hay que multiplicar por 10 la unidad que está en el escalón superior. En cambio para subir hay que dividir entre 10 la unidad del escalón inferior.

Para bajar de unidad			**Para subir de unidad**		
1 ℓ	= 1 x 10 dl	= 10 dl	1dl	=	1 ÷ 10 ℓ = 0,1 ℓ
1 dl	= 1 x 10 cl	= 10 cl	1 cl	=	1 ÷ 10 dl = 0,1 dl
1 cl	= 1 x 10 ml	= 10 ml	1 ml	=	1 ÷ 10 cl = 0,1 cl

Para bajar tres unidades (tres escalones de golpe) habrá que multiplicar por 1.000.

1l = 1 x 1000 ml = 1.000 ml.

Para subir tres unidades (tres escalones de golpe) habrá que dividir entre 1.000.

1l. = 1 ÷ 1000 l = 0,001 l.

ACTIVIDADES

1. Si María compra un tarro de leche PIL de 450ml ¿A cuántos decilitros equivale?

2. Si una familia de cinco miembros, utilizan 100 litros diarios ¿Cuantos decilitros se requieren para satisfacer a ocho miembros de una familia?

3. De una pileta que gotea se desperdicia 10ml por hora ¿Cuántos centilitros se desperdicia en un día y medio?

4. Convierte a litros las medidas de capacidades siguientes

180 cl; 79 dl; 6.000 ml

5. Convierte a mililitros las medidas de capacidades siguientes

0,5 dl; 94 l; 8,5 cl

6. Convierte a litros las medidas de capacidades siguientes

3600 dl; 2000 cl; 10 ml

SUMA Y RESTA DE MEDIDAS DE CAPACIDAD

Para sumar o restar medidas de capacidad, necesitamos que estén separados en la misma unidad. Si las unidades fueran distintas lo primero es transformarlas en una sola unidad. Ejemplo.

1. Vaciamos en una jarra el contenido de una lata de refresco que contiene 33 cl. Junto con el de un botellín de gaseosa de 0,25 *l* de capacidad.
¿Qué cantidad de líquido tendremos en la jarra?

Como las dos unidades centilitro y litro son distintas, lo primero que hacemos es convertirlas a una misma unidad, por ejemplo a litros.

$$33 \text{ cl} = 33 \div 100 \text{ l} = 0{,}33 \text{ l}$$

Y como la otra capacidad ya está expresada en litros ahora ya los podemos sumar.

$$0{,}33 + 0{,}25 = 0{,}58 \text{ l}$$

Y también, si queremos podemos transformar en centilitros

$$0{,}58 \times 100 = 58 \text{ cl}$$

En la jarra tendremos 0,58 l a lo que es lo mismo 58 cl de líquido, que es la mezcla entre el refresco y la gaseosa.

ACTIVIDADES

1.- De una botella de leche llena de 1,5 *l* de capacidad, echamos en un vaso hasta alcanzar un nivel que marca 25 cl.
¿Cuánta leche queda en la botella?

UNIDADES DE TIEMPO

¿Qué entiendes por unidades de tiempo?

………………………………………………………………………………

…………………………………………………………………………….

¿Mencione en que actividades empleas las unidades de tiempo?

……………………………………………………………………………….

¿Cuántos años tienes?...

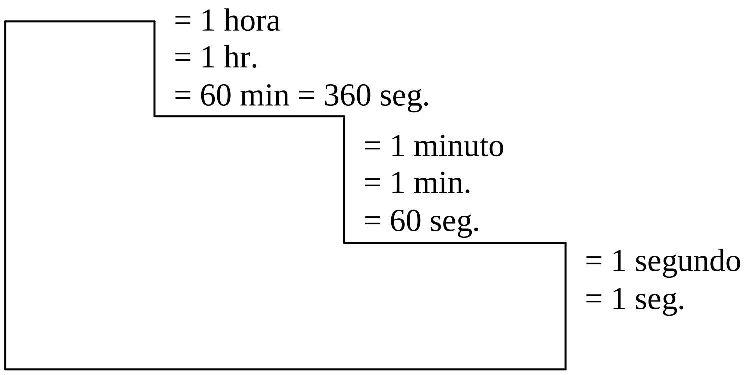
¿Me puedes decir qué hora es?...

Para medir tiempo, utilizamos unidades diferentes, según la necesidad que tengamos, como: Segundos, minutos, horas, días, semanas, meses, años, décadas y siglos.

SEGUNDOS, MINUTOS Y HORAS

La unidad más pequeña que utilizamos para medir el paso del tiempo es el segundo su símbolo es **seg.** A partir de seg se constituyen las demás medidas de tiempo, minuto, hora.

Un minuto es igual a 60 segundos; su símbolo es min., una hora es igual a 60 minutos; su símbolo es hr.



Para bajar a un escalón hay que multiplicar por 60 la unidad que ocupa el escalón superior en cambio para subirlo hay que dividir entre 60 la unidad del escalón inferior.

Para bajar de unidad	Para subir de unidad
1 hr = 1 x 60 min = 60 min	1 min = 1 ÷ 60 hr.
1 min = 1 x 60 seg. = 60 seg	1 seg = 1 ÷ 60 min

Para bajar 2 unidades (dos escalones de golpe) habrá que multiplicar por 3.600.

1 hr. = 1 x 3.600 seg = 3.600 seg.

Para subir dos unidades (dos escalones de golpe) habrá que dividir por 3.600.

1 seg = 1 ÷ 3.600 hr. = 3.600 hr.

ACTIVIDADES

1. Si un obrero construye un muro en cinco días, con ocho horas de trabajo. ¿Cuántas horas emplea en dicho trabajo?

2. ¿Qué tiempo tardas en recorrer de tu casa a tu Centro de Educación alternativa? Exprese en segundos, minutos y horas.

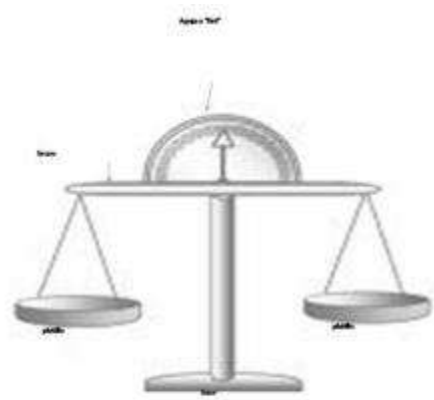
3. Si en una semana de clases cuentas con 5 periodos de Matemática, de una hora y media por periodo. ¿Cuántos segundos y minutos acumulas en la semana?

4. Convierte a segundos los intervalos de tiempos siguientes: 3 h; 45 min.

5. Convierte a horas los intervalos de tiempos siguientes: 120 min; 7.200 seg.

6. Convierte a segundos los intervalos de tiempos siguientes: 15 hr.; 120 min.

UNIDAD DE MASA



¿Qué entiendes por unidad de masa?

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………..

¿Mencione en que actividades empleas las unidades de masa?

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

¿Cómo se expresaría la masa de una vaca? ¿y la de un ratón?

………………………………………………………………………………………

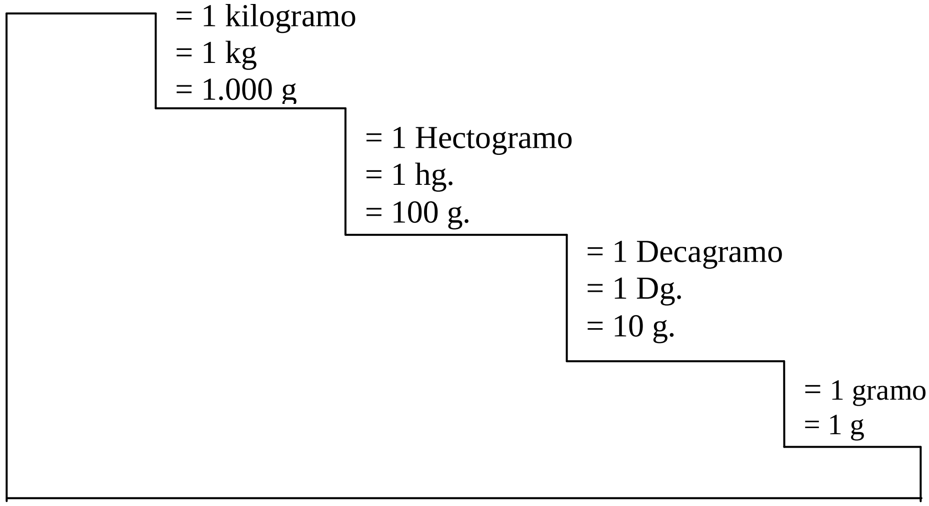
………………………………………………………………………………………

DIFERENCIA ENTRE MASA Y PESO

Para medir la unidad de masa de los cuerpos utilizamos 2 unidades principales: el kilogramo y el gramo cuyos símbolos son: kg; g. por ejemplo la masa de un ratón la expresaríamos en gramos, mientras que el elefante expresaríamos en kilogramo.

LOS MÚLTIPLOS DEL GRAMO

Para medir masas grandes, usamos unidades mayores que el gramo como el kilogramo y el decagramo; ejemplo:



Para bajar un escalón hay que multiplicar por 10 la unidad que está en el escalón superior. En cambio para subir hay que dividir entre 10 la unidad del escalón inferior.

Para bajar de unidad			**Para subir de unidad**		
1 kg	= 1 x 10 Hg	= 10 Hg	1Hg	=	1 ÷ 10 Kg = 0,1 Kg
1 Hg	= 1 x 10 Dg	= 10 Dg	1 dcg	=	1 ÷ 10 Hg = 0,1 Hg
1 Dg	= 1 x 10 g	= 10 g	1 g	=	1 ÷ 10 Dg = 0,1Dg

Para bajar tres unidades (tres escalones de golpe) habrá que multiplicar por 1.000.

$$1 \text{ kg} = 1 \times 1000 \text{ g} = 1.000 \text{ g}$$

Para subir tres unidades (tres escalones de golpe) habrá que dividir entre 1.000.

$$10 = 1 \div 1000 \text{ kg} = 0{,}001 \text{ g.}$$

ACTIVIDADES

1. Si un pan tiene un peso de 200 g. ¿Cuántos kilogramos pesa 400 panes?

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………..

2. Si un vaso grande de arroz pesa un kilo y medio ¿Cuántos gramos pesa en cinco vasos?

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

3. Si pesamos un litro de agua potable ¿A cuántos kilos y gramos equivale?

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

4. convierte a gramos las masas siguientes: 7,8 hgs; 0,5 kg; 4,9 dcg.

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………..

5. Convierte a kilogramos las masas siguientes: 33 hg; 2,000 g; 870 dcg.

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………..

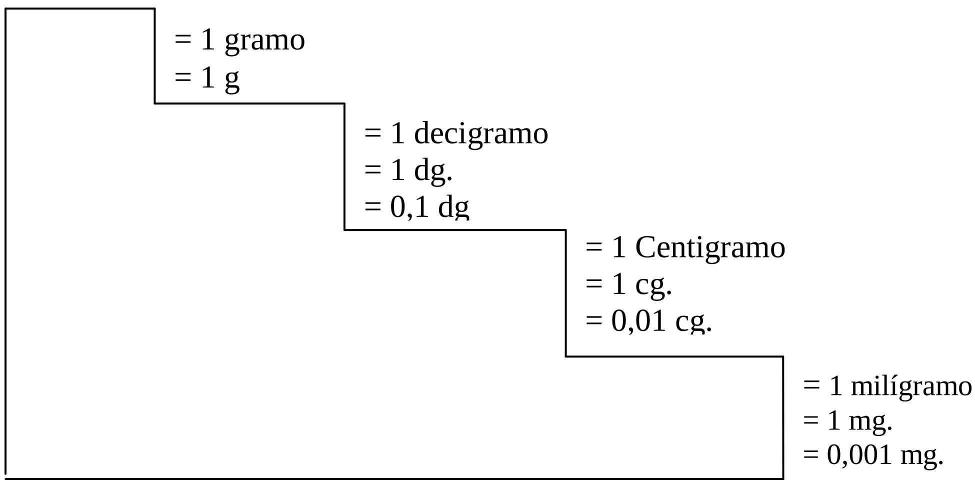
6. Convierte a gramos las masas siguientes 3,5 kg; 1,5 hg; 10,4 dcg.

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

LOS SUB MULTIPLOS DEL GRAMO:

Para medir masas pequeñas usamos unidades menores que el gramo como el decigramo, centigramo, y miligramo.



Para bajar cada escalón hay que multiplicar por 10 la unidad que está en el escalón superior. En cambio para subir hay que dividir entre 10 la unidad del escalón inferior.

Para bajar de unidad			**Para subir de unidad**		
1 g	= 1 x 10 dg	= 10 dg	1 dg	=	1 ÷ 10 g = 0,1 g
1 dg	= 1 x 10 cg	= 10 cg	1 cg	=	1 ÷ 10 dg = 0,1 dg
1 cg	= 1 x 10 mg	= 10 mg	1 mg	=	1 ÷ 10 cg = 0,1 cg

Para bajar tres unidades (tres escalones de golpe) habrá que multiplicar por 1.000.

1 g = 1 x 1000 mg = 1.000 mg

Para subir tres unidades (tres escalones de golpe) habrá que dividir entre 1.000.

1mg = 1 ÷ 1000 kg = 0,001 g.

ACTIVIDADES

1.- Sabemos que un metro de cinta pesa 4.82g ¿Cuánto pesarán en miligramos 283m de la misma cinta?

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

2.- Cada mililitro “ml” de una bebida contiene 40mg de azúcar ¿Cuántos gramos de azúcar existe en una docena de botellas de esa bebida, si una botella contiene 300ml?

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

3.- En una semana una gallina aumentó 376mg de su peso que era 1850g ¿Cuánto gramos pesara ahora?

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

4.- El peso inicial de la un conejo es de 1750g y en una semana aumento 425mg ¿Cuántos gramos pesara ahora?

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

5.- Convierte a gramos las masas siguientes: 700 cg; 35dg; 2.340 mg.

………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………….

6.- Convierte a miligramos las masas siguientes: 0,3 dg; 48g; 96 cg.

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

7.- Convierte a gramo las masas siguientes: 360 cg; 2.800 mg; 40 dg.

………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………

UNIDAD II

ALGEBRA

INDICADOR

Interpreta la resolución de problemas algebraicos de su entorno.

NOCIONES DEL ALGEBRA

¿Qué observas en el grafico?

……………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………….

¿Representa las frutas con sus respectivas iniciales?

manzana = m

……….. =

Si la señora compró una docena de manzanas grandes, media docena de manzanas medianas y una cuarta docena de pequeñas ¿Cuántas manzanas compro en total?

……………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………….

……………………………………………………………………………………….

CONCEPTO

El algebra es la parte de la matemática que estudia las cantidades en su forma más general, empleando números y letras, transformando, simplificando y resolviendo diferentes operaciones.

DIFERENCIA ENTRE ARITMÉTICA Y ALGEBRA

En aritmética solo utiliza los números para realizar las diferentes operaciones indicadas en cambio en algebra se utiliza letras y números en las diferentes operaciones.

Ejemplo:

Aritmética	**Algebra**
$23 + 5 = 28$	$12m + 6m + 3m = 21m$
$6 + 4 – 9 + 4 – 10 + 209 = 204$	$4x^2 – 4x + 7x^2 + x = 11x^2 – 3x$
$5 – 2 (4 - 25) – 44 = 7$	$x^5 \bullet x = x^{5+1}$
$12 \div 4 = 3$	$17z^2 + 3z^3 – 19z^3 = z^3$
$\sqrt{144} = 12$	$\sqrt{a^2bc} = a\sqrt{bc}$
$2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2 = 2^5 = 32$	
$8 < 9$	

En algebra se utiliza los signos de: operación, agrupación y relación.

a) Signos de operación

❖ **Adición (suma) +**	❖ **División ÷**
❖ **Sustracción (resta) –**	❖ **Potenciación a^n**
❖ **Multiplicación x, •, ( )**	❖ **Radicación $\sqrt{\ }$**

b) <u>Signos de agrupación</u>

Llave { }	Corchetes [ ]
Paréntesis ( )	Barra —

c) <u>Signos de relación</u>

Igual =	Menor o igual que ≤
Mayor >	No es igual ≠
Menor <	
Mayor o igual que ≥	

EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Es el conjunto de números y letras unidos entre sí por los signos de operación.

Ejemplos: a). $2x^2 + 5y^2 + 7z^2$ b). $4x$

c). $3ab - 2ab^2 + 10$ d). $\frac{3x+\sqrt{x-5xy}}{3xy-x}$

1. Término algebraico

Es una expresión algebraica cuyas partes no están separadas ni por el signo más ni menos.

Ejemplos:

a, $3b$, $2xy$, $\frac{4a}{3x}$ son términos

2. Partes de un término

Son: $\boxed{-3x^2}$ **2:** Exponente **3**: Coeficiente

- : Signo **x**: Parte literal

3. Por su número de términos, son:

a) Monomio: Es una expresión algebraica que consta de un solo término: $3a$; $-5b$; $\frac{x^2y}{4a^2}$

b) Polinomio: Es una expresión algebraica que consta de más de un término: $a + b$; $a + x + y$; $x^3 + 2x^2 + x + 7$

Binomio: Es un polinomio que consta de dos términos:

$$a + b\ ;\ x - y\ ;\ \frac{a^2}{3} - \frac{5nx^4}{6b^2}$$

Trinomio: Es un polinomio que consta de tres términos:

$$a + b + c;\ x^2 - 5x + 6$$

G R A D O S

1. CONCEPTO

El grado de una expresión algebraica es una característica relacionada con los exponentes y su parte literal.

2. GRADO RELATIVO DE UN MONOMIO

Está dado por el exponente de la letra

Ejemplo: $4x^3y^2z^4$

Es de 3ro. grado con respecto a x

Es de 2do. grado con respecto a y

Es de 4to. grado con respecto a z

3. GRADO ABSOLUTO DE UN MONOMIO

Está dado por la suma de los exponentes

Ejemplo:

$5a^2b^3c^5$ Su grado absoluto es 2 + 3 + 5 = 10

4. GRADO RELATIVO DE UN POLINOMIO

Está dado por el término de mayor exponente: así:

$$\mathbf{3x^2y^2z - 2x^4y^3z^2 + x^2y^5z^3}$$

Es de 4to. grado con respecto a **x**

Es de 5to. grado con respecto a **y**

Es de 3ro. grado con respecto a **z**

EXPLICACIÓN

Se tiene x^4, x^3, x^2 y como mayor exponente es 4, se dice que es de grado 4 con respecto a x

5. GRADO ABSOLUTO DE UN POLINOMIO

Está dado el grado con respecto a todas sus letras y es igual a la suma de los exponentes de las letras del término de mayor grado absoluto.

Grados absolutos: $$\underbrace{4\,m^2 n^3 p}_{6} - \underbrace{2\,m^4 n\, p^3}_{8} + \underbrace{3\,m\, n^8 p^5}_{14}$$

CLASES DE POLINOMIOS

1. POLINOMIO HOMOGÉNEO

Cuando todos sus términos son del mismo grado absoluto; Ejemplo:

$$2x^8 + 3x^3y^5 - 6xy^7$$ ☛ El grado de homogeneidad es 8

2. POLINOMIO HETEROGÉNEO

Cuando sus términos no son del mismo grado absoluto; Ejemplo:

$$a^4 + 2a^3 - a^2 + 4$$

Grados diferentes: 4to. 3ro. 2do. 0º

3. POLINOMIO COMPLETO

Con relación a una letra; es el que tiene todos los exponentes sucesivos de dicha letra, de mayor a menor hasta el término independiente inclusive (de grado cero).

$4x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 6$ = **Grados:** 4º 3º 2º 1º 0º

4. POLINOMIO ORDENADO

Con respecto a una variable; son aquellos que tienen dispuestos sus términos de tal forma que los exponentes de la variable denominado ***ORDENATRIZ,*** aumenta o disminuye desde el primer término.

- Ordenado ascendentemente $3x + 2x^2 - x^3 + 6x^4$
- Ordenado descendentemente $12a^4 - 2a^3 + a^2 + a - 4$

5. CLASES DE TÉRMINOS

Son:

- **Término Entero.** Es el que no tiene denominador literal, como:

  5^a ; $6a^4b^3$; $\frac{2a}{5}$

- **Término Fraccionario.** Es el que tiene denominador literal como:

  $\frac{3a}{b}$; $\frac{1}{x^2}$; $\frac{3}{3ab}$

- **Término Racional.** Es el que no tiene radical como los ejemplos anteriores

  $$\frac{3a}{b} \quad ; \quad \frac{1}{x^2} \quad ; \quad \frac{3}{3ab}$$

- **Termino Irracional.** Es el que tiene radical, como:

  $\sqrt{ab}$; $\frac{3b}{\sqrt[3]{2a}}$

TÉRMINOS SEMEJANTES

Dos o más términos son semejantes o parecidos cuando tienen la misma parte literal y son de iguales exponentes. Ejemplo:

$2a$ y a ; $-2b$ y $8b$; $-5a^3b^2$ y $-8a^3b^2$; x^{m+1} y $3x^{m+1}$

1. REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES

Es una operación que tiene por objeto convertir en un solo término dos o más términos semejantes.

a) **De igual signo.** Se suman los coeficientes; se les acompaña con la parte literal y escribe el signo correspondiente.

$x^3 + 4x^3 + 3x^3 = 8x^3$ $\qquad$ $-2a^4 – a^4y – 3a^4y = -6a^4y$

$3a^{x-2} + 5a^{x-2} = 8a^{x-2}$ $\qquad$ $\frac{1}{2}ab + \frac{2}{3}ab = \frac{7}{6}ab$

b) **De diferente signo.** Primero se suman los coeficientes positivos y luego los negativos separadamente y luego se restan el mayor menos el menor de los valores obtenidos, se les antepone el signo del número mayor de los dos y se les acompaña la parte literal correspondiente.

Ejemplo:

$5a – 8a + a – 6a + 21a =$

$5a + a + 21a – 8a – 6a = 27a – 14a = \mathbf{13a}$

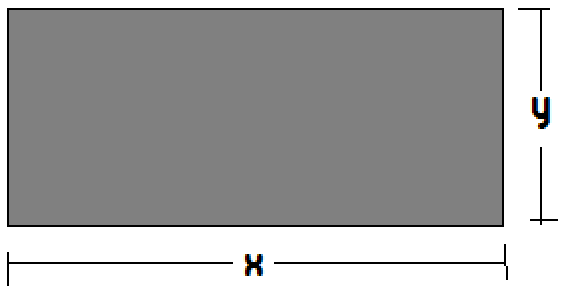
$4a^2 – 3a^2 + a^2 – 9a^2 =$

$5a^2 – 12a^2 = \mathbf{7a^2}$

ACTIVIDADES

1.-Si un participante recorre x km el primer día, y 2x km el segundo día y 3x km el tercero respectivamente ¿Cuántos Kilómetros recorrió durante los tres días?

2.- Hallar el perímetro de un rectángulo si su base es "x" y su altura "y".



3.- Grafica y halla el perímetro de un cuadrado si su lado es "a"

Resolver

4. $x + 2x =$

5. $-b - 5b =$

6. $-8m - m =$

7. $4a^x + 5a^x =$

8. $9a - 3a + 5^a =$

9. $-24a^{x+2} - 15a^{x+2} + 39a^{x+2}$

10.- $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a$

11.- $-\frac{3}{5}m + \frac{1}{4}m - \frac{1}{2}m$

12. $a + b - c - b - c + 2c - a =$

VALOR NUMÉRICO

Es el resultado que se obtiene, luego de efectuar operaciones remplazando la parte literal por valores indicados.

Ejemplo: Hallar el valor numérico de las siguientes expresiones, para:

x = 2 **y = 3** **z = 1**

reemplazando valores tenemos:

1. $x^2 + 2xy - z^2$

$(2)^2 + 2(2)(3) - (1)^2 =$

$4 + 12 - 1 =$ **15 R.**

2. $x\,y\ \sqrt{4x^2z^3}$ **=**

$2 \bullet 3\sqrt{4 \cdot\ 2^4 \cdot 1^3} =$

$6\sqrt{64} =$

$6 \bullet 8 =$ **48**

3. $(x + y)\,z - x =$

$(2 + 3)\,1 - 2 =$

$5 - 2 =$ **3**

4. $7\frac{x^z}{2} + \frac{y^3z}{9} - 2 =$

$7\frac{x^2}{2} + \frac{y^3z}{9} - 2 =$

$7 + 3 - 2 =$ **8**

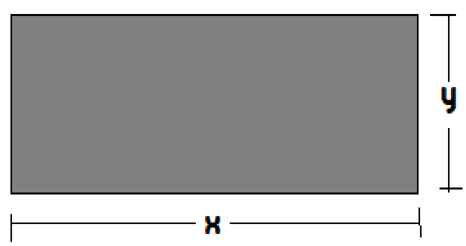
ACTIVIDADES

Hallar en valor numérico de las siguientes operaciones:

Si $x = 4$; $y = 3$; $a = 12$

1.-Si un participante recorre x km el primer día, y 2x km el segundo día y 3x km el tercero respectivamente ¿Cuántos Kilómetros recorrió durante los tres días?

2.- Hallar el perímetro de un rectángulo si su base es “x” y su altura “y”.



3.- Grafica y halla el perímetro de un cuadrado si su lado es “a”

Hallar el valor numérico de las siguientes expresiones para:

$a = 1$ $b = 2$ $c = 3$

4. $3ab =$

5. $5a^2b^3c =$

6. $(a + b)(c - 1) =$

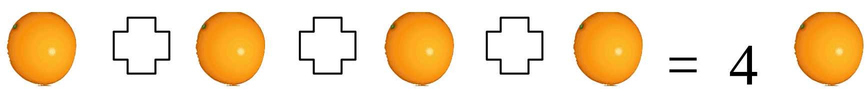
7. $(a + b)(b – a) =$

8. $\frac{4a}{3bc} =$

OPERACIONES ALGEBRAICAS

I SUMA O ADICIÓN

La adición es una operación que tiene por objeto reunir dos o más expresiones en una sola expresión algebraica, Ejemplo:



1 naranja + 1 naranja + 1 naranja + 1 naranja es igual a 4 naranjas

ALGEBRAICAMENTE: $\mathbf{n + n + n + n = 4n}$

1. SUMA DE MONOMIOS

REGLA.- Para sumar dos o más monomios primero:

1. Se escriben los monomios unas a continuación de otras con sus propios signos
2. Luego se suman los términos semejantes si los hay.

Ejemplo: Sumar los monomios

① $5a$; $6b$; $8c$

$5a + 6b + 8c =$ $\mathbf{5a + 6b + 8c}$

② $3^{a2}b$, $4ab^2$, a^2b, $7ab^2$ y $6b^3$

$\underline{3a^2b} + \underline{\underline{4ab^2}} + \underline{a^2b} + \underline{\underline{7ab^2}} + 6b^3$

Reduciendo términos semejantes

$\mathbf{4a^2b + 11ab^2 + 6b^3}$ **Rpta.**

③ $2m$, $-3n$ y 6

$2m + (-3n) + 6 =$ $\mathbf{2m - 3n + 6}$

2. SUMA DE POLINOMIOS

REGLA: Se suscriben los polinomios unos debajo de otros, cuidando que los monomios semejantes queden en columna vertical.

Luego se reducen los términos semejantes (monomios)

Ejemplo: Sumar los polinomios

1. 8u – 3v + 5w – x ; -2v + w – 4x

$$\begin{array}{r} 8u - 3v + 5w - x \\ -2v + w - 4x \\ \hline \mathbf{8u - 5v + 6w - 5x} \end{array}$$

2. X – y ; 2x+ 3y – z ; -4x + 5y

$$\begin{array}{r} x - y \\ 2x + 3y - z \\ -4x + 5y \\ \hline \mathbf{-x + 7y - z} \end{array}$$

3. 3m – 2n + 4 ; m – n – 4p ; 6n + 4p – 5 ; 3n – p

$$\begin{array}{rrrr} 3m & -2n & — & +4 \\ m & -n & -4p & \\ & 6n & +4p & -5 \\ & 3n & -p & \\ \hline \mathbf{4m} & \mathbf{-6n} & \mathbf{-p} & \mathbf{-1} \end{array}$$

Recuerda siempre; si falta algún término, déjalo en blanco o trace una línea amigo.

II – RESTA O SUSTRACCIÓN

En aritmética la resta siempre significa disminución, mientras que la resta algebraica tiene un carácter más general, pues puede significar disminución o aumento.

REGLA GENERAL PARA RESTAR.- Se escribe el minuendo con su propio signo y a continuación el sustraendo con los signos cambiados y se reducen los términos semejantes si los hay. Ejemplo:

$$\underbrace{\textbf{De } -4}_{\text{Minuendo}} \quad \underbrace{\textbf{Restar } 7}_{\text{Sustraendo}}$$

RESTA DE MONOMIOS

En la resta manejamos frecuentemente dos palabras:

DE.- Significa de quien vamos a quitar

RESTAR.- Significa cuento vamos a restar, a ese monomio debemos cambiar su signo; o sea restar significa cambiar de signo.

Estas dos palabras hay veces están delante y otras veces están detrás.

Ejemplo:

DE 4b restar 2b

$4b – 2b$

2b Rpta.

RESTAR 4b de 2a

$- 4b + 2a$

2a – 4b Rpta.

De $2a^3$ restar $- 8a^3$

$2a^3 - (- 8a^3)$

$2a^3 + 8a^3$ Rpta.

De $7x^3y^4$ restar $-8x^3y^4$

$7x^3y^4 - (-8x^3y^4)$

$7x^3y^4 + 8x^3y^4$ Rpta.

RESTA DE POLINOMIOS

De igual forma vamos a manejar la palabra DE y RESTAR

Ejemplo:

1. DE $4x - 3y + z$ restar $2x + 5z - 6$

$4x - 3y + z \mathbf{-} 2x \mathbf{-} 5z \mathbf{+} 6$

$\mathbf{2x - 3y - 4z + 6}$ **Rpta.**

2. DE $a + b$ restar $a - b$

$a + b - a + b$

$\mathbf{2b}$ **Rpta.**

3. DE $2x - 3y$ restar $-x + 2y$

$2x - 3y \mathbf{+} x \mathbf{-} 2y$

$\mathbf{3x - 5y}$ **Rpta.**

4. DE $a^3 + a^2b$ restar $7a^2b + 9ab^2$

$a^3 + a^2b - 7a^2b - 9ab^2$

$\mathbf{a^3 - 6a^2b - 9ab^2}$ **Rpta.**

III. MULTIPLICACIÓN ALGEBRAICA

La multiplicación es una operación que tiene por objeto que a partir de dos expresiones denominadas multiplicando y multiplicador hallar una tercera llamada producto.

1. LEY DE SIGNOS

Si multiplicamos los signos nos da estos resultados.

El producto de dos factores de iguales signos nos da más (+)

(+) (+) = (+)	**(-) (-) = (+)**

El producto de dos factores de distintos signos nos da menos (-)

(+) (-) = (-)	**(-) (+) = (-)**

2. LEY DE EXPONENTES

Para multiplicar potencias de la misma base se escribe la misma base y se suman sus exponentes de los factores.

Ejemplo: Multiplicar: $\mathbf{a^3 \times a^2} = a^{3+2} = \mathbf{a^5}$ **Rpta.**

$\mathbf{2x \bullet 3x} = 6x^{1+1} = \mathbf{6x^2}$ **Rpta.**

3. LEY DE COEFICIENTES

El coeficiente del producto de dos factores es el producto de los coeficientes de los factores

$(3a)\ (4b) = 12ab$ **Rpta.**

$(2a)\ (3x) = 6ax$ **Rpta.**

MULTIPLICACIÓN DE MONOMIOS

REGLA.- Se multiplican los signos

Se multiplican los coeficientes

A continuación de este producto se escriben las letras comunes a los factores, con exponente de acuerdo a la ley de signos y las letras que no son comunes con el exponente que tengan. Ejemplo:

Multiplicar $2a^2$ por $3a^3$

$6a^5$ **Rpta.**

$-x\,y^2$ por $-5mx^4y^3$

$5mx^{1+4}\,y^{2+3}$

$5mx^5y^5$ **Rpta.**

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS POR MONOMIOS

Regla: Se escribe el monomio debajo del polinomio

Se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio, teniendo en cuenta la ley de los signos y exponentes. Ejemplo:

Multiplicar:

$\mathbf{3x^2 - 6x + 7}$ **por** $\mathbf{-4ax^2}$

$$\begin{array}{l} 3x^2 - 6x + 7 \\ \underline{-4ax^2 \qquad\qquad} \\ \mathbf{-12ax^4 - 24ax^3 - 28ax^2} \end{array}$$

$\mathbf{x^5 - 6x^3 - 8x}$ **por** $\mathbf{3a^2\,x^2}$

$$\begin{array}{l} x^5 - 6x^3 - 8x \\ \underline{3a^2\,x^2 \qquad\qquad} \\ \mathbf{3a^2\,x^7 - 18a^2\,x^5 - 24a^2\,x^3} \end{array}$$

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

Regla: Se ordena los polinomios y se escriben uno debajo de otro.

Recomendamos hacer la ordenación en forma descendente, o sea que baje sus exponentes de los más alto a lo más bajo.

Se multiplican separadamente cada término del multiplicador, por cada uno de los términos del multiplicando y aplicar la ley de signos y exponentes; esos resultados se escriben en forma ordenada uno debajo de otro término semejante.

Ejemplo:

Multiplicar $2 + a^2 - 2a - a^3$ por $a + 1$

$$
\begin{array}{rrrrr}
-a^3 & +a^2 & -2a & +2 & \\
 & & & a+1 & \\
\hline
-a^4 & +\cancel{a^3} & -2a^2 & +\cancel{2a} & \\
 & \cancel{a^3} & +a^2 & -\cancel{2a} & +2 \\
\hline
-a^4 & & -a^2 & & +2
\end{array}
$$

Multiplicar: $x^3 - 4x^2 + x - 3$ por $x^3 + 4x^2 - 1$

$$
\begin{array}{rrrrrrr}
x^3 - 4x^2 + x - 3 & & & & & & \\
x^3 + 4x^2 - 1 & & & & & & \\
\hline
x^6 & -\cancel{4x^5} & +x^4 & -\cancel{3x^3} & & & \\
 & \cancel{4x^5} & -16x^4 & +\cancel{4x^3} & -12x^2 & & \\
 & & & -\cancel{x^3} & +4x^2 & -x & +3 \\
\hline
x^6 & -15x^5 & & & -8x^2 & -x & +3
\end{array}
$$

IV DIVISIÓN ALGEBRAICA

Es una operación que tiene por objeto, dado el producto de dos factores (dividendo) y uno de los factores (divisor). Hallar el otro factor (cociente).

$$\begin{array}{l|l} \mathbf{3a^3 - 6a^2b + 9ab^2} & \mathbf{3a} \longrightarrow \textbf{Divisor} \\ \hline & \mathbf{a^2 - 2ab + 3b^2} \longrightarrow \textbf{Cociente} \end{array}$$

Dividendo

LEY DE SIGNOS.- Si dividimos los signos nos da este resultado.

+	**entre**	**+**	**nos da**	**+**
-	**entre**	**–**	**nos da**	**+**
-	**entre**	**+**	**nos da**	**-**
+	**entre**	**–**	**nos da**	**-**

LEY DE EXPONENTES

Para dividir 2 potencias de igual base, se repite la misma base, el exponente se resta o sea el exponente del dividendo menos el exponente del divisor. Ejemplo:

1. $\frac{a^5}{a^3} = a^{5-3} = \boldsymbol{a^2}$ **2.** $\frac{24x^6}{8x^2} = 3x^{6-2} = \boldsymbol{6x^4}$

CASOS DE LA DIVISIÓN:

- **<u>División de monomios</u>**

Regla: Se dividen los signos

Se dividen los coeficientes

Se dividen las letras, aplicando ley de los exponentes

Ejemplo:

Dividir: $4a^3b^2$ entre $-2ab$

$$\frac{4a^3b^2}{-2ab} = 2a^{3-1}b^{2-1} = \boldsymbol{-2a^2b}$$

Dividir: $-5a^4b^3c$ entre $-a^2b$

$$\frac{-5a^4b^3c}{-a^2b} = \mathbf{5a^2b^2c}$$

División de polinomios por monomios

Regla:

- Se ordena el polinomio en forma descendente (o sea disminuye con respecto a una letra)
- Se divide el primer término del polinomio por el monomio
- Se multiplica el cociente por el monomio, luego se resta el producto del dividendo (restar es cambiar de signo)
- Se baja el segundo término del polinomio y se sigue los mismos pasos anteriores, hasta terminar con el último término del polinomio

Ejemplo:

Dividir $x^3 - 4x^2 + x$ entre x **Dividir $4x^8 - 10x^6 - 8x^4$ entre $2x^3$**

$$
\begin{array}{l|l}
x^3 - 4x^2 + x & x \\ \hline
\underline{-x^3} & x^2 - 4x + 1 \\
0 \quad -4x^2 & \\
\quad\ \underline{4x^2} & \\
\quad\ 0 \quad x & \\
\qquad\ \underline{-x} & \\
\qquad\ 0 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{l|l}
4x^8 - 10x^6 - 8x^4 & 2x^3 \\ \hline
\underline{-4x^8} & 2x^5 - 5x^3 - 4x \\
0 \quad -10x^6 & \\
\quad\ \underline{10x^6} & \\
\quad\ 0 \quad -8x^4 & \\
\qquad\ \underline{8x^4} & \\
\qquad\ 0 &
\end{array}
$$

División de polinomios

Regla:

- Se ordena el dividendo y el divisor, respecto a una misma letra.
- Se divide el primer término del dividendo, entre el primer término del divisor, y se lo escribe como cociente.
- Este cociente se multiplica por cada uno de los términos del divisor y se pasan a restar a los términos semejantes del dividendo.

- Se divide el primer término del resto entre el primer término del divisor y se obtiene el segundo término del cociente.
- Luego se repite los pasos anteriores.

Ejemplo:

Dividir $3x^2 + 2x - 8$ entre $x + 2$

$$
\begin{array}{rrr|l}
\cancel{3x^2} & +\ 2x & -\ 8 & x + 2 \\
\cancel{-3x^2} & -\ 6x & & \hline 3x - 4 \\
\hline
 & \cancel{-4x} & \cancel{-\ 8} & \\
 & \cancel{4x} & \cancel{+\ 8} & \\
\hline
\end{array}
$$

Nota: Si al ordenar falta algún término, se traza una línea.

Ejemplo: Dividir $32 - 46a^2 - 3a^5 + 11a^3$ entre $-6a - 3a^2 + 8$

Ordenamos los dos polinomios

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
\cancel{-3a^5} & \underline{\quad} & +\ 11a^3 & -\ 46a^2 & + & & -\ 3a^2 - 6a\ + \\
\cancel{3a^5} & +\ 6a^4 & -\ 8a^3 & & & & \hline a^3 - 2a^2 + 3a + 4 \\
\hline
 & \cancel{-6a^4} & -\ 3a^3 & -\ 46a^2 & & & \\
 & \cancel{6a^4} & -\ 12a^3 & + & & & \\
\hline
 & & \cancel{-9a^3} & -\ 30a^2 & & & \\
 & & \cancel{9a^3} & +\ 18a^2 & -\ 24a & & \\
\hline
 & & & \cancel{-12a^2} & \cancel{-\ 24a} & \cancel{+\ 32} & \\
 & & & \cancel{12a^2} & \cancel{+\ 24a} & \cancel{-\ 32} & \\
\hline
\end{array}
$$

P R A C T I C A

SUMAR:

1. $-8x$; $-5x$ **2.** $m + n - p$; $-m - n + p$ **3.** $x^2 + 4x$; $-5x + x^2$

RESTAR:

4. De -8 restar 5 **5.** De $a + b$ restar $a - b$

6. Restar $a - b$ de $b - a$

MULTIPLICAR:

7. -4 por -8 **8.** $2x^2$ por $-3x$ **9.** $3a^2 b^3$ por $a^2 - a + 5$

10. $a^2 + a + 1$ por $a^2 - a - 1$ **11.** $n^2 - 2n + 1$ por $n^2 - 1$

12. $a^3 - 5a + 2$ por $a^2 - a + 5$

DIVIDIR:

13. $14a^3b^4$ entre $-2ab^2$ **14.** $3a - 6ab - 5ab$ entre $-3x^2$

15. $a^4 - a^2 - 2a - 1$ entre $a^2 - a + 5$

EVALUACIÓN Nº 1

1. Dividir: $5^2\ 2st + t$ entre $s - t$
2. Multiplicar $2 - a^2 - 2a - a^3$ por $a - 1$
3. Reducir términos semejantes de: $5a + 4b - 5a - 2b$
4. Multiplicar: $4x^3 + 6x + x^2 - 3x$ por $x + 2$
5. Dividir: $r^2 - 2r - 2$ entre $r - r^2 + 1 + r^2 - 1$
6. Sumar: $a^2 - 2b + 3c - d$; $d + a^2 + 3b - 5c$; $10a^2 - 8c + 10b - d$
7. Resolver: a) $2^8 =$ b) $a^2 \bullet b^3 \bullet a^2 \bullet b^3 =$
8. Indique cuales son los términos semejantes

   a) $axz - abxz + 3xz$ b) $1 - kx^3 + 3kx + 12kx^2$ c) $2x^2y + yx^2 - \sqrt{2x^2y}$

   d) $3x^4 + 4x - 2x^4 - x$

FACTORIZACIÓN

Factorizar o descomponer en factores una expresión algebraica es transformar la suma algebraica en producto de dos o más factores.

Para aseverar esta afirmación podemos ejemplificar de la siguiente manera:

$4 + 8 = 12$ $\qquad$ $15 – 5 = 10$

$3 * 4 = 12$ $\qquad$ $2 * 5 = 10$

Los casos más importantes de factorización son:

1. Factor común de un polinomio.
2. factor común por agrupación de términos.
3. trinomio cuadrado perfecto
4. diferencia de cuadrados perfectos.
5. trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción
6. trinomios de la $x^2 + bx + c$ y $ax^2 + bx + c$
7. cuadrinomio cubo perfecto.
8. suma y diferencia de cubos perfectos.
9. factorización por la regla de Ruffini.

Observación.- De los 9 casos anotados, en este capítulo estudiaremos solamente el 1ro., 2do., 3ro, 4to., 6to., y 8vo., para los tres casos se anotará un ejemplo para que puedas investigar con mayor profundidad.

Antes de empezar a resolver ejercicios te sugiero que te apropies de los nombres de los casos de factorización; esta actividad te ayudará bastante para reconocer los casos.

1er. Caso.- FACTOR COMUN DE UN POLINOMIO.- Este caso se reconoce, cuando una letra, un número o ambos a la vez se repiten en todos los términos

<u>ACTIVIDADES</u>

Factorizar:

1.- $6x^2 - 8\,x = 2\,(\,3\,x - 4)$

$3*2 \quad 4*2$

Para reconocer el factor común en los números es necesario descomponer cada coeficiente

El factor común se escribe delante de un paréntesis

2.- $27\,m^4 - 9\,m^3 + 12\,m^2 =$

3.- $35\,x^4y^3 - 45\,x^3y^2 - 25\,x^2y =$

4.- $8\,m^5 - 24\,m^4 + 16\,m^3 - 64\,m^2 =$

La letra se obtiene como factor común con su menor exponente.

2do. Caso.- FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TERMINOS.- Para que una expresión algebraica pertenezca a este caso debe tener mínimamente 4 términos, pudiendo ser 6 u 8 términos (siempre un número par de términos), que rara vez se presentan en operaciones algebraicas.

<u>ACTIVIDADES</u>

Descomponer en factores las siguientes expresiones algebraicas:

1.- $6ax + 4b - 3bx - 8a =$

2.- $8am - 15bn - 10bm + 12an =$

3.- $5ax - x + 2y - 10ay =$

4.- $3mnx - 4 + 2mm - 6x =$

Debes elegir de dos en dos los términos para agrupar, observando el factor común entre los elegidos.

Encontrarás varias formas de agrupar términos.

3er. Caso.- TRINOMIO CUADRADO PERFECTO.- Un trinomio es cuadrado perfecto, cuando ordenado el primer y tercer términos tiene raíces cuadradas exactas y además el doble producto de estas raíces debe estar como resultado el segundo término.

Descomponer en factores:

En el paréntesis las raíces se separan por el signo del segundo término

1.- $25x^2 - 60xy + 36y^2 = (5x - 6y)^2$

$\downarrow \qquad\qquad \downarrow$

$5x \qquad 6y$ (5x; 6y son las raíces cuadradas)

$2 * 5x * 6y = 60xy$

2.- $100m^2 + 180m + 81 =$

3.- $196x^6 - 308x^2 + 121 =$

4to. Caso.- DIFERENCIA DE CUADRADADOS PERFECTOS.- Para que una expresión algebraica pueda pertenecer a este caso deber tener dos términos, con raíces cuadradas exactas y separados con signo negativo necesariamente. (caso más fácil de factorización, por que las raíces se anotan en dos paréntesis uno con signo positivo y otro con signo negativo)

ACTIVIDADES

Factorizar:

1.- $144\,m^2 - 9\,n^2 = (12\,m - 3\,n)\ (12\,m + 3\,n)$

$\downarrow \qquad \downarrow$

$12\,m \qquad 3\,n$ **En los paréntesis se puede anotar los signos indistintamente**

Se descompone en dos factores el primer y tercer términos y con los resultados que se obtienen multiplicando en cruz, se debe obtener ya sea sumando o restando el segundo término del trinomio.

2.- $169\,x^2 - 64\,y^2 =$

3.- $4\,a^2\ b^2\ - 49\,n^2 =$

5to. Caso.- TRINOMIO DE LA FORMA $x^2\ x\ bx + c$ **y** $ax^2 + bx + c$

En este caso es conveniente resolver por el método del aspa.

ACTIVIDADES

Descomponer en factores:

1.- $x^2 - 14x + 45 = (x - 9)\ (x - 5)$

$x \qquad -9 = -9x$

$x \qquad -5 = -5x$

Es aspa es sólo para multiplicar, mientras que para anotar los resultados en los paréntesis es en forma directa de cada fila.

2.- $20a^2 + 7a - 6 =$

$4a \qquad 2 = 10a$

$5a \qquad 3 = 12a$

Con los resultados ni sumando ni restando se

puede obtener el segundo término, por tanto se debe buscar otra combinación

3.- $21x^2 + 11x - 2 =$

4.- $12m^2 - 13m - 35 =$

5.- $30x^2 + 13x - 10 =$

6to. Caso.- SUMA Y DIFERENCIA DE CUBOS PERFECTOS

Este caso se reconoce si los dos términos tienen raíces cúbicas exactas. El resultado se prepara en dos paréntesis, en base a las raíces.

ACTIVIDADES

Descomponer en dos factores las siguientes expresiones algebraicas:

1.- $x^3 + 27 = (x + 3)(x^2 - 3x + 9)$

Se obtiene las raíces cúbicas y en el primer paréntesis se anotan estas raíces separados por el signo del ejercito y en el segundo paréntesis la primera raíz elevado al cuadrado, para el segundo término se multiplican las raíces y con signo contrario al primer paréntesis y el tercer término se obtiene elevando al cuadrado la segunda raíz.

2.- $125\, m^3 n^3 =$

3.- $64\, a^3 + 8\, b^3 =$

4.- $216\, x^3 - y^3 =$

En las siguientes expresiones algebraicas, identifique al caso que corresponde y factorice la expresión:

1.- $225\, x^2 - 16\, y^2 =$

2.- $21\, m^4 - 35\, m^2 - 56\, m =$

3.- $64\, a^2 - 176\, ab + 121\, b^2 =$

4.- $8\, m^3 - 27\, m^{3.} =$

5.- $10\, z^2 + 11\, z + 3 =$

6.- $3\, x^3 - 9\, ax^2 - x + 3\, a=$

7.- $m^2 - 8\, m - 33 =$

8.- $36\, x^2 - 25\, y^2 =$

9.- $2\, x^2 - 3\, xy - 4\, x + 6\, y =$

APLICACIONES DE LOS CASOS DE FACTORIZACIÓN A OPERACIONES CON FRACCIONES ALGEBRAICAS

Los casos de factorización se utilizan bastante para sumar, restar, multiplicar y dividir fracciones algebraicas.

MULTIPLICAR DE FRACCIONES ALGEBRAOCAS

Se factorizan todos los numeradores y denominadores para simplificar los factores comunes uno del numerador y otro del denominador.

<u>ACTIVIDADES</u>

1.- $\dfrac{2a + 2a}{2a^2} * \dfrac{a^2 - 3^a}{a^2 - 2^a - 3} =$

2.- $\dfrac{2m^2 - 3m - 2}{6m + 3} * \dfrac{3m + 6}{m^2 - 4} =$

3.- $\dfrac{a^2 + 4a}{a^2 - 16} * \dfrac{a^2 + a}{a^2 + 4^a + 4} * \dfrac{a^2 - 2^a - 8}{3^3 + a^2} =$

DIVISIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS.- La división es conveniente transformar en multiplicación, para ello se invierte la segunda fracción y se procede de la misma manera que en la multiplicación.

Ejemplo:

$\dfrac{x^2 - 6x}{x^3 + 3x^2} \div \dfrac{x^2 + 3x - 54}{x^2 + 9x}$

UNIDAD III

ECUACIONES LINEALES

INDICADOR

Aplica las ecuaciones lineales en la resolución de problemas en su vida cotidiana.

ECUACIÓN DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

Igualdad.

Se llama igualdad a dos expresiones que tienen el mismo valor numérico y se hallan separados por el signo igual.

La igualdad tiene dos miembros y se llama: primer miembro y segundo miembro.

Ejemplo 1.

$$8+4=(-3)(-4)$$

Primer miembro signo igual Segundo miembro

Ejemplo 2.

$$(2+3)^2 = 4+12+9$$

$5^2 = 25$ Sumando tenemos

Ejemplo 3.

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$$

Ecuación.

Se llama ecuación a una igualdad que contiene una o varias incógnitas, y que solo se verifica la igualdad para algunos valores de la incógnita.

Ejemplo: La igualdad $5x+2=17$ es una ecuación porque hay una incógnita, la x, y esta igualdad solo se verifica para el valor $x=3$.

Si reemplazamos la x por 3, tenemos $5(3)+2=17$

$$15+2 = 17$$

$$17 = 17$$

La ecuación 4x+2=14 se verifica para x=3.

La ecuación 3x+15=5x-7 se verifica para x=11.

La ecuación y^2-5y=-6 se verifica para y=2 e y=3.

Clases de ecuaciones.

Atendiendo:

- *Al grado*: pueden ser de primer grado, segundo grado, tercer grado

Ejemplos:

3x+15=5x-7 Es una ecuación de primer grado.

y^2-5y=-6 Es una ecuación de segundo grado.

z^3+1=0 Es una ecuación de primer grado.

- *A los coeficientes*: pueden ser numéricos y literales.

Ejemplos:

4x-5 = x+4 Es una ecuación numérica, porque sus coeficientes son números y además no hay otras letras que la x.

3x+2a=5b-bx Es una ecuación literal, porque tiene varias letras, aparte de la incógnita x.

- A las incógnitas: pueden ser de uno, de dos, de tres incógnitas.

Ejemplo $\begin{cases} 11x - 9y = 2 \\ 13x - 15y = -2 \end{cases}$ Es una ecuación de dos incógnitas.

$\begin{cases} x + 4y - z = 6 \\ 2x + 5y - 7z = -9 \\ 3x - 2y + z = 2 \end{cases}$ Es una ecuación de tres incógnitas.

Resolución de una ecuación.

Resolver una ecuación es encontrar el valor de la incógnita, o sea de la letra. Y se sigue estos pasos:

- Se quita los denominadores y los paréntesis si los hubiera.
- Se escriben en el primer miembro los términos que tienen incógnita y los que no tienen en el segundo miembro.

Nota.- cualquier término para pasar de un miembro a otro miembro (de un lado al otro lado del signo igual) tienen que cambiar de signo.

- Se reducen los términos semejantes.
- Se despeja la incógnita.
- Se reemplaza el valor encontrado en la ecuación original.

Ejemplo 1.

Resolver la ecuación: 3x-5=x+3

Resolución: seguimos los pasos señalados.

- No hay denominadores ni paréntesis entonces copiamos el mismo ………….3x-5=x+3
- Escribimos los términos que tienen incógnita en el primer miembro…………3x-x=3+5
    - Reducimos términos semejantes………2x=8
    - Despejamos la incógnita……………………. $x = \frac{8}{2}$
    - Dividiendo tenemos…………………………..x=4 Solución

Ahora verificaremos: reemplazando en la ecuación original.

Pasos que se siguen para verificar son:

Copiar la ecuación original 3x-5=x+3

Remplazamos el valor de la x=4 3(4)-5=4+3

12-5=7

7=7

Cuando los dos miembros son iguales, entonces la ecuación está bien resuelta.

Ejemplo2.

Resolver la ecuación: 8x-4+3x=7x+x+14

Escribimos los términos que tienen incógnita

en el primer miembro. 8x-7x-x+3x=14+4

Sumamos los términos positivos y negativos 11x-8x=18

Reducimos los términos semejantes 3x=18

Despejamos la incógnita x para $x = \frac{18}{3}$

Luego dividir x=6

Ahora verificamos para saber si hemos resuelto bien o mal, la ecuación.

Copiamos la ecuación. 8x-4+3x=7x+x+14

Remplazamos los valores. 8*6-4+3*6=7*6+6+14

Realizamos operaciones. 48-4+18=42+6+14

66-4=62

62=62

Ejemplo 3

Resolver: 3x-(2x-1)=7x-(3-5x)+(-x+24)

Para resolver, recordemos el tema 1; en donde nos dice; cuando hay signo (–) delante de un paréntesis, los términos del interior cambian de signo y cuando es positivo se copia el mismo.

Copiamos el ejercicio. 3x-(2x-1)=7x-(3-5x)+(-x+24)

Aplicamos la regla anterior. 3x-2x+1=7x-3+5x-x+24

3x-2x-7x-5x+x=-3+24-1

4x-14x=24-4

-10x=20

$$x = \frac{20}{-10}$$

x=-2

Ahora a usted le toca verificar. (En otra hoja).

¿Cómo resolver una ecuación fraccionaria?

Regla: Para que se pierdan los denominadores se:

- Iguala a cero la ecuación.
- Busca (hallar) el mínimo común múltiplo de los denominadores que hay.
- Divide este Mínimo Común Múltiplo entre cada denominador y cada cociente se multiplica por el numerador respectivo.

EJERCICIOS

Resolver las siguientes ecuaciones:

a. 9x+8=7x+16
b. 5x-2=3x+8
c. 3x+10=45-2x
d. 2(9x+5)=9x+12
e. 15+11x=22x+10
f. 11x+5x-x=65x-36
g. 8x-4+3x=7x+x+14
h. 5y+6y-81 = 7y+102+65y
i. x-(2x+1) = 8-(3x+3)
j. (5-3x)-(-4x+6) = (8x+11)-(3x-6)

2. Haga la verificación de los ejercicios anteriores.
3. Resolver las siguientes ecuaciones.

a. $\frac{1}{3}x - x = \frac{x}{6} - 5$

b. $\frac{1}{5} + \frac{1}{10}x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x$

c. $\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} + \frac{x-5}{5} = \frac{-x+3}{4}$

d. $\frac{x-4}{3} = 5$

Luego se recurre a la reducción de términos semejantes, hasta encontrar el resultado.

Ejemplo 1. Resolver la ecuación: $\frac{x}{2} + 2 - \frac{x}{12} = \frac{x}{6} - \frac{5}{4}$

Solución

El 12 pasa al otro miembro a multiplicar al cero 12x0=0

Igualamos a cero la ecuación $\frac{x}{2}+2-\frac{x}{12}-\frac{x}{6}+\frac{5}{4}=0$

Buscamos el mínimo común múltiplo

$$\begin{array}{cccc|c} 2 & 12 & 6 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 3 & 2 & 2 \\ & 3 & 3 & 1 & 3 \\ & 1 & 1 & & \end{array}$$

El mcm=2*2*3 =12

$$\frac{6x+24-x-2x+15}{12}=0$$

Aplicamos el paso tres 6x+24-x-2x+15=0

Ahora continué hasta resolver

Ejemplo 2. Resolver la ecuación: $\frac{3x}{4}-\frac{1}{5}+2x=\frac{5}{4}-\frac{3x}{20}$

Aplicamos el paso uno $\frac{3x}{4}-\frac{1}{5}+2x-\frac{5}{4}+\frac{3x}{20}=0$

$$\begin{array}{cccc|c} 4 & 5 & 4 & 20 & 2 \\ 2 & 5 & 2 & 10 & 2 \\ 1 & 5 & 1 & 5 & 5 \\ & 1 & & 1 & \end{array}$$

$$\frac{5(3x)-20*1+20(2x)-5*5+3x}{20}=0$$

El mcm es 2x2x5=20

$$15x-20+40x-25+3x=0$$

Continué hasta resolver[1]

ECUACIONES SIMULTÁNEAS DE PRIMER GRADO CON DOS INCOGNITAS

1. ¿Qué es una ecuación algebraica

2. ¿Qué entiendes por ecuaciones lineales

3. ¿Cómo alimentan a sus ganados de acuerdo a su experiencia y a que especies forrajeras dan mayor importancia?

Producto de la discusión puede surgir dudas sobre las bondades de cada especie forrajera sea nativa o introducida. Así las especies forrajeras aportan energía o calorías y otras aportan proteína. En consecuencia, el suministro de forrajes al ganado debe ser balanceado. Y en este caso la alfalfa puede aportar proteína y la cebada puede aportar energía en diferentes cantidades. En este sentido la ecuación de primer grado con dos incógnitas puede ayudarnos a través de cálculos para obtener las cantidades de cada forraje. Sea que alfalfa puede ser la incógnita x y la cebada la incógnita y

Resolución de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas utilizando coeficientes menores

Hay cuatro métodos para resolver y en este caso es suficiente acudir al método de reducción (sumas o restas), porque al usar coeficientes mayores a 100, la resolución se complejiza. Sin embargo empezaremos en resolver ecuaciones sencillas.

Resolver la ecuación

$$Ec\ (1) \qquad 6x + 5y = 27$$

$$Ec\ (2) \qquad 2x + 4y = 16$$

1er Paso

La ecuación (2) multiplicamos por (-3) para anular la incógnita X , porque ambas ecuaciones de **X** tienen signos iguales.

$$Y\ obtenemos \qquad -6x - 12y = -48 \qquad ec. (3)$$

2do Paso

Posteriormente reducimos las ecuaciones (1) y (3)

$$\begin{array}{rcrcr} 6x & + & 5y & = & 27 \\ -6x & - & 12\ y & = & -48 \\ \hline 0 & - & 7y & = & -21 \end{array}$$

3er Paso

Despejando la incógnita $y = \frac{-21}{-7}$

$y = 3$ El resultado es positivo

Porque se aplicó la regla de signos

Para encontrar el valor de x, recurrimos a la ecuación (2) porque tienen coeficientes menores

Y reemplazamos el valor de Y

$$2y \quad + \quad 4y \quad = \quad 16$$

$$2x \quad + \quad 4(3) \quad = \quad 16$$

$Multiplicando$ $\qquad 2x \quad + \quad 12 \quad = \quad 16$

$Transponiendo\ \ 12$ $\qquad 2x \ = \ 16 \ - \ 12$

$$2x \ = \ 4 \quad (sale\ de\ la\ resta)$$

Despejando x

$$x = \frac{4}{2} \qquad Dividendo$$

$$x = 2 \qquad es\ el\ resultado$$

Para verificar reemplazamos los valores de las dos incógnitas en cualquiera de las ecuaciones dadas.

$$Asi \qquad 2x + 4y = 16$$

$$2(2) + 4(3) = 16$$

$$4 + 12 = 16$$

Hay una igualdad

$$Sumando \qquad 16 = 16$$

Cuando usamos coeficientes mayores

Resolver

$$Ec\ (1) \qquad 425x + 293y = 1729$$

$$Ec\ (2) \qquad 689x + 189y = 1945$$

En este caso la ecuación se complejiza; pero podemos recurrir al mismo método de una manera más sencilla.

1er paso

Dividir coeficientes de x 425/689 = **0,6168**

En el resultado debe haber 3 a 4 decimales para evitar el margen de error.

Al resultado se agrega signo menos (– **0,616**) para anular una de las incógnitas

2do paso

Multiplicar el resultado con cada uno de los términos de las ecuación (2)

$$689(-0{,}6168)\,x + 189(-0{,}6168)\,y = 1945(-0{,}6168)$$

$$-424{,}9752\,x - 116{,}5752\,y = -1199{,}676 \quad ya\ es\ ec.(3)$$

Luego reducimos la ecuación (1) y (3)

3er paso

$$\begin{array}{lrcrcl} Ec\ (1) & 4\,2\,5x & + & 2\,9\,3y & = & 1\,7\,2\,9 \\ Ec\ (2) & -\ 424{,}9752\,x & - & 116{,}5752\,y & = & -1199{,}676 \\ \hline Restamos & 0 & & 176{,}4248y & = & 529{,}320 \end{array}$$

4to paso

Despejando y

$$y = \frac{529{,}324}{176{,}4248}\ Dividendo$$

$$y = 3$$

Para hallar el valor de x

Recurrimos a la ecuación (1) por existir coeficientes menores

$$425x + 293y = 1729$$

El valor de y reemplazamos por 3

$$425x + 293(3) = 1729$$

$$425x + 879 = 1729$$

$Despejando\ x$

$$425x = 1729 - 879\ (transponiendo)$$

$$425x = 850 \qquad (restando)$$

$$x = \frac{850}{425}$$

$$x = 2 \qquad El\ valor\ de\ x\ es\ 2$$

Aplicaciones

De acuerdo a las experiencias de trabajo tanto en establecimientos de educación secundaria en área rural así como en los participantes de CETHA, ellos cuestionaron su aplicación del tema indicado en que les puede servir y utilizar en su vivencia; sin embargo en algunas comunidades hay personas emprendedoras que ya tienen cierta base de cálculos en la alimentación de su ganado.

Respondiendo a estas interrogantes se plantea un problema relacionado a una alimentación balanceada en este caso de una vaca productora de leche.

Problema

Se desea alimentar a una vaca productora de leche cuyo peso vivo es de 310 kg y el suministro de forraje en base a alfalfa y cebada heno estimado es de 9,3 kg./diario. Calcular la cantidad de alfalfa y cebada.

Sea alfalfa con valor de x

Cebada con valor de y

Valores nutritivos de forrajes y su requerimiento de la vaca

	Proteína en gramos /Kg	Energía NDT
Alfalfa	**150**	**520**
Cebada	**70**	**490**
Su requerimiento es	**1209**	**5859**

Estos valores se pueden obtener de tablas de requerimiento nutritivos para ganado

Los valores nutritivos y su requerimiento vaciamos en la ecuación propuesta

La ecuación planteada es

$$\begin{array}{llcll} Energia & 520\,x & + & 490\,y & = 5859 \\ Proteina & 150\,x & + & 70\,y & = 1209 \end{array}$$

El procedimiento para resolver es similar a la ecuación anterior que tienen coeficientes mayores de 100

Sin embargo el primer paso es dividir; luego multiplicar; posteriormente restar y despejar la incógnita.

$Ec\ (1) \qquad 520\,x + 490\,y = 5859$

$Ec\ (2) \qquad 150\,x + 70y = 1209$ ($dividieno$ 520/1550= $(-3{,}466)$

$520\,x + 490\,y = 5859$

$-520\,x - 2242{,}62y = -4190{,}394$ *multiplicando*

$0 \qquad 247{,}38\,y = 1668{,}606 \qquad Restando$

$$y = \frac{1668{,}606}{247{,}38}$$

$$y = 6{,}74\ \ Kg\ es\ la\ cantidad\ de\ cabada$$

Para encontrar el valor de x

$$\begin{aligned} 150\,x + 70y &= 1209 \\ 150\,x + 70(6{,}74) &= 1209 \\ 150\,x + 471{,}8 &= 1209 \\ 150\,x &= 1209 - 471{,}8 \\ 150\,x &= 737{,}2 \end{aligned}$$

$$Despejando \qquad x = \frac{737{,}2}{150}$$

$$x = 4{,}91\ Kg\ es\ la\ cantidad\ de\ alfalfa$$

Sumando las 2 cantidades tenemos

$$\begin{array}{l} \ \ 6{,}74\ \ Kg\ de\ cabada \\ +\ 4{,}91\ Kg\ de\ alfalfa \\ \hline 11{,}65\ \ Kg\ de\ forraje \end{array}$$

Actividades

Hallar el valor de x y y recurriendo a los valores de nutrientes del ejemplo anterior sabiendo que el requerimiento de proteína es de 1410,5 gramos /Kg y la energía es de 6835,5

SISTEMA DE ECUACIONES

Se denomina sistema de ecuaciones un conjunto de ecuaciones que se verifican para un mismo valor de las incógnitas.

Los sistemas de ecuaciones pueden ser: de 2, 3, 4 o de más incógnitas.

Ejemplos.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 4x - y = 5 \end{cases}$$

Es un sistema de 2 ecuaciones de primer grado y de 2 incógnitas

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ x + y + z = 4 \\ 2x + 2y - z = -4 \end{cases}$$

Es un sistema de 3 ecuaciones de p. g. y de 3 incógnitas

$$\begin{cases} 2x + 2y = -2 \\ x + y + u = -3 \\ 3x - 2y - u = -7 \\ 4x + 5y + 6z + 3u = 11 \end{cases}$$

Es un sistema de 4 ecuaciones de p. g. y de 4 incógnitas

Resolución.

Para resolver un sistema de ecuaciones hay varios métodos; nosotros hemos de aprender el método más práctico.

a. **Método de reducción.**

Regla:

- Se igualan los coeficientes de una de las incógnitas, multiplicándolo por el coeficiente que tenga la incógnita en la otra.
- Se suman o restan los términos semejantes en forma vertical.
- Se reemplaza ese valor encontrado en cualquiera de las ecuaciones.
- Se verifican las ecuaciones con los valores encontrados.

Ejemplos. Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 13 & (1) \\ 4x - y = 5 & (2) \end{cases}$$

Resolveremos siguiendo los pasos señalados:

Vamos a igualar los coeficientes de y, multiplicamos por el coeficiente de la otra ecuación, que es 3

$$\left.\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 4x - y = 5 \end{cases}\right|\, 3$$

Esta raya se coloca para decir que estamos multiplicando y detrás se coloca el número con que se multiplica.

Multiplicando tenemos:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 12x - 3y = 15 \end{cases}$$
$$\overline{14x \qquad = 28}$$

Sumando términos semejantes tenemos

Resolvemos la ecuación $14x = 28$

Despejamos la incógnita $x = \dfrac{28}{14}$

$x = 2$ Es el valor de x.

Ahora buscaremos el valor de y, reemplazando en la ecuación (2).

Copiamos $4x - y = 5$

Reemplazamos $4(2) - y = 5$

Multiplicamos $8 - y = 5$

$-y = 5 - 8$

Sabemos que su coeficientes es-1. $-y = -3$

Despejamos la incógnita $y = \dfrac{-3}{-1}$

$$y = 3$$

Entonces las soluciones del sistema son: $x = 2$ e $y = 3$.

Verificación: La verificación se hace para saber si hemos hecho bien o mal.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 4x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \times 2 + 3 \times 3 = 13 \\ 4 \times 2 - 3 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 + 9 = 13 \\ 8 - 3 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13 = 13 \\ 5 = 5 \end{cases}$$

Ejemplo 2: Resolver el sistema. $\begin{cases} 5x + 6y = 20 & (1) \\ 4x - 3y = -23 & (2) \end{cases}$

Vamos a igualar los coeficientes de x, haciendo un intercambio de coeficientes.

$$\begin{cases} 5x + 6y = 20 & 4 \\ 4x - 3y = -23 & -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x + 24y = 80 \\ -20x + 15y = 115 \end{cases}$$
$$39y = 195$$

Sumamos

Despejamos $y = \dfrac{195}{39}$

Dividiendo tenemos: $y = 5$ es el valor de y.

Ahora buscamos el valor de x, reemplazando en la ecuación (1)

Copiamos $5x+y6=20$

Reemplazamos $5x+6\cdot 5=20$

$$5x+30=20$$

$$5x=20-30$$

$$5x=-10$$

$$x=\frac{-10}{5}$$

$$x=-2$$

Entonces los valores del sistema son $x=-2$ e $y=5$.

Verificamos para saber si hemos resuelto bien o mal el sistema.

$$\begin{cases}5x+6y=20\\4x-3y=-23\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5(-2)+6\cdot 5=20\\4(-2)-3\cdot 5=-23\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-10+30=20\\-8-15=-23\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}20=20\\-23=-23\end{cases}$$

Luego podemos decir que hemos resuelto bien.

Ejemplo 3. Resolver el sistema: $\begin{cases}3x-(4y+6)=2y-(x+18)\\2x-3+0=x-y+4\end{cases}$

Primero haremos desaparecer los paréntesis. No olvides que si hay signo – delante del paréntesis quiere decir cambiar.

Hacemos esas operaciones: $\begin{cases}3x-4y-6=2y-x-18\\2x-3=x-y+4\end{cases}$

Transponemos términos: $\begin{cases}3x+x-4y-2y=6-18\\2x-x+y=4+3\end{cases}$

Sumamos términos semejantes: $\begin{cases}4x-6y=-12\\x+y=7\end{cases}$

Podemos igualar cualquiera de las incógnitas, nosotros haremos con la x.

$$\begin{cases} 4x - 6y = -12 \\ x + y = 7 \end{cases} \quad \Big| \quad -4$$

$$\begin{cases} 4x - 6y = -12 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

$$\overline{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots}$$

Ahora usted continué hasta resolver el sistema

EJERCICIOS

1. Resolver los siguientes sistemas:

a. $\begin{cases} 3x - y = 21 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 7a + b = 22 \\ 5a + b = 14 \end{cases}$

c. $\begin{cases} m + 4n = 6 \\ m - 2n = 18 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 2a + 5c = 44 \\ 6a - 5c = -8 \end{cases}$

e. $\begin{cases} y = 2x \\ 7x - y = 35 \end{cases}$

f. $\begin{cases} -a + b = -2 \\ 3a + 4b = 20 \end{cases}$

g. $\begin{cases} r = 4t - 1 \\ 6t + r = 79 \end{cases}$

h. $\begin{cases} -10u = 2v + 30 \\ -u = -2v + 14 \end{cases}$

i. $\begin{cases} -3m + 4p = -6 \\ 5m - 6p = 8 \end{cases}$

2. Haga las verificaciones correspondientes de los ejercicios anteriores.[2]

UNIDAD IV

ECUACIONES CUADRATICAS

INDICADOR

Representa de forma grafica las ecuaciones lineales y cuadráticas utilizando instrumentos geométricos.

ECUACIONES DE 2do GRADO

La ecuación de segundo grado, es toda ecuación en la cual, reducida a su forma canónica, el mayor exponente de la incógnita es 2. En forma general es:

$$ax^2 + bx + c = 0$$ donde a, b y c pueden ser números ($a \neq 0$).

Ejemplo: son ecuaciones de segundo grado

$5x^2 - 7x + 6 = 0$ Está en su forma canónica, donde a=5, b=-7 y c=6.

$10x^2 + x + 11 = 0$ Está en su forma canónica, donde a=10, b=1 y c=11.

$-7x^2 + 12x + 64 = 0$ Está en su forma canónica, donde a=-7, b=12 y c=64.

Resolver una ecuación de segundo grado es encontrar los valores de la incógnita. (raíces de la ecuación), que satisfacen.

Toda ecuación de segundo grado tiene dos soluciones.

Formas de una ecuación de segundo grado:

a. Ecuación completa.

Una ecuación completa siempre tiene 3 términos diferentes en su forma más simple. Y para resolver se utiliza la formula general:

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Ejemplo: resolver la ecuación: $3x^2 - 7x + 2 = 0$

Primero determinamos: $a = 3, \quad b = -7 \ y \ c = 2$

Copiamos la fórmula: $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Reemplazamos los valores $x = \dfrac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3}$

Realizamos las operaciones $x = \dfrac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{6}$

Restamos la cantidad subradical $x = \dfrac{7 \pm \sqrt{25}}{6}$

Extraemos la raíz cuadrada $x = \dfrac{7 \pm 5}{6}$

Para encontrar las dos soluciones de la ecuación, se hace así:

Primero se escribe con signo más. $x_1 = \dfrac{7 + 5}{6}$

$$x_1 = \frac{12}{6}$$

$$\underline{x_1 = 2} \quad \textit{solución uno}$$

Segundo se escribe con el signo menos, $x_2 = \dfrac{7 - 5}{6}$

$$x_2 = \frac{2}{6}$$

Simplificando términos, o sea dividir entre 2. Así: $\dfrac{2 \div 2}{6 \div 2} = \dfrac{1}{3}$

$$x_2 = \underline{\frac{1}{3} \ldots} \textit{solucion dos}$$

Entonces las soluciones de la ecuación son: $x_1 = 2$ y $x_2 = \dfrac{1}{3}$

Verificación. Ya hemos dicho que se hace para saber si hemos resuelto bien o mal la ecuación.

Si no recuerdas las operaciones con quebrados, revise los textos de medio inferior

Te ayudare a verificar con el valor $x_2 = \dfrac{1}{3}$

Copiamos la ecuación original $3x^2 - 7x + 2 = 0$

Escribo $\frac{1}{3}$ en lugar de x, así: $3(\frac{1}{3})^2 - 7(\frac{1}{3})+2 = 0$

Desarrollo la potenciación y $\frac{3}{9} - \frac{7}{3} + 2 = 0$

multiplicamos el entero por la fracción

Buscaré el MCM de los denominadores,

Para sumar los quebrados heterogéneos. 9

$$\begin{array}{ccc|c} 9 & 3 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & & 3 \\ 1 & & & \end{array} \Rightarrow$$ el MCM(9,3,1) = 3x3 = 9

Escribimos MCM como denominador, luego dividimos por cada denominador

Para multiplicar ese resultado por el numerador:

$$\frac{3\times 1 - 7\times 3 + 2\times 9}{9} = 0$$

$$\frac{3 - 21 + 18}{9} = 0$$

$$\frac{21 - 21}{9} = 0$$

$$\frac{0}{9} = 0$$

$$0 = 0$$

Si dividimos $\begin{array}{r|l} 0 & 9 \\ \hline & 0 \end{array}$ $\quad porque \ 0 \times 9 = 0$

Entonces hemos resuelto bien la ecuación

Ahora usted verificará con $x_1 = 2$

Ejemplo 2. Resolver la ecuación: $6x - x^2 - 9 = 0$

Ordenando tenemos $-x^2 + 6x - 9 = 0$

Determinamos $a = -1, \quad b = 6, \quad c = -9$

Copiamos la fórmula: $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Reemplazamos los valores $x=\dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-4(-1)(-9)}}{2(-1)}$

de $a=-1,\quad b=6,\quad c=-9$

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{36-36}}{-2}$$

Realizamos operaciones: $x=\dfrac{-6\pm\sqrt{0}}{-2}$

$$x=\frac{-6\pm 0}{-2}$$

No olvides, primero con signo más. $x_1=\dfrac{-6+0}{-2}$

$x_1=\dfrac{-6}{-2}$ Menos entre menos es más.

$x_1=3$ Solución uno.

Segundo con el signo menos $x_2=\dfrac{-6-0}{-2}$

$$x_2=\frac{-6}{-2}$$

$x_2=3$ Solución dos.

Entonces las soluciones de la ecuación son $x_1=3$ y $x_2=3$ o sea son iguales.

La verificación queda para usted. (En una hoja separada).

b. Ecuaciones incompletas.

Una ecuación incompleta siempre tiene 2 términos y se presentan 2 casos. (los términos que pueden faltar son la b y c, pero nunca la a).

CASO 1: Cuando falta el término c, así: $ax^2 + bx = 0$ y para resolver se utiliza esta fórmula. $x = \frac{-b \pm b}{2a}$

Ejemplo: Resolver la ecuación $5x^2 = -3x$

Para resolver igualaremos a cero, así: $5x^2 + 3x = 0$

Determinamos $a = 5 \quad y\ b = 3$

Copiamos la fórmula $x = \frac{-b \pm b}{2a}$

Reemplazamos los valores $x = \frac{-3 \pm 3}{2 \times 5}$

Primero el signo más

$x_1 = \frac{-3+3}{10}$

$x_1 = \frac{0}{10}$

$x = 0$ Solución uno

Segundo con el signo menos

$x_2 = \frac{-3-3}{10}$

$x_2 = \frac{-6}{10}$ Simplificando

$x_2 = -\frac{3}{5}$ Solución dos

Entonces las soluciones de la ecuación son: $x = 0$ y $x_2 = -\frac{3}{5}$.

Ejemplo 2. Resolver la ecuación $x^2 - 5x = 0$

Determinamos la $a = 1 \quad y\ b = -5$

Copiamos la fórmula: $x = \frac{-b \pm b}{2a}$

Reemplazamos los valores: $x = \frac{-(-5) \pm (-5)}{2 \times 1}$

$$x = \frac{5 \mp 5}{2}$$

Primero con signo menos

$$x_1 = \frac{5 - 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{0}{2}$$

$x_1 = 0$ Solución uno.

Segundo con el signo más

$$x_2 = \frac{5 + 5}{2}$$

$$x_2 = \frac{10}{2}$$

$x_2 = 5$ Solución dos.

Entonces las soluciones son: $x_1 = 0$ y $x_2 = 5$

CASO 2:

Cuando falta el término bx, así $ax^2 + c = 0$. Y para resolver se utiliza esta fórmula:

$$x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$$

Ejemplo 1. Resolver la ecuación: $9x^2 + 9 = 7x^2 + 27$

Igualamos a cero $9x^2 - 7x^2 + 9 - 27 = 0$

Sumamos términos semejantes $2x^2 - 18 = 0$

Determinamos los valores:

$a = 2 \quad y\ c = -18$

Copiamos la fórmula: $x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$

Reemplazamos. $x = \pm\sqrt{\frac{-(-18)}{2}}$

$$x = \pm\sqrt{\frac{18}{2}}$$

$$x = \pm\sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

Primero con signo más

$x_1 = 3$

Segundo con signo menos

$x_2 = -3$

Entonces las soluciones de la ecuación son $x_1 = 3$ y $x_2 = -3$.

Ejemplo 2. Resolver la ecuación: $2y^2 = 125 - 3y^2$

Igualamos a cero

$$2y^2 + 3y^2 - 125 = 0$$
$$5y^2 - 125 = 0$$

Determinamos los valores $a = 5$ $y\ c = -125$

Copiamos la fórmula $x = \pm\sqrt{\dfrac{-c}{a}}$

Reemplazamos $x = \pm\sqrt{\dfrac{-(-125)}{5}}$

$$x = \pm\sqrt{\frac{125}{5}}$$

$$x = \pm\sqrt{25}$$
$$x = \pm 5$$

Þ $x_1 = 5$ Solución uno.

Þ $x_2 = -5$ Solución dos.

EJERCICIOS

1. Resolver y verificar las siguientes ecuaciones completas:

   a. $20+6x=2x^2$

   b. $x^2=5x-4$

   c. $6x^2+5x-63=0$

   d. $4x^2-x-10=0$

   e. $x^2-5x+6=0$

   f. $(x-2)(x-3)=0$

   g. $(d+3)(d-8)=0$

2. Resolver y verificar las siguientes ecuaciones incompletas:

   a. $3x^2+5x=0$

   b. $8x^2+5x=0$

   c. $0=2x^2-18$

   d. $x^2-3x=0$

   e. $3a^2-4a=5a$

   f. $2b^2+12b=b^2$

   g. $(t+4)(t+7)=2(14-3t)$

   h. $2x^2+5x+1=3x^2-x-4x$

EVALUACION N° 1

Resuelva en hoja separada los siguientes ejercicios:

1. Hallar el valor de y en la siguiente ecuación:

   $5y + 6y - 81 = 7y + 72 + 65y$

2. Resolver los siguientes problemas:

   a) El cuádruplo de un número excede en 14 a la mitad del número aumentada en 30. Hallar el número.

   b) La suma de la tercera y cuarta parte de un número es igual al duplo del número disminuido en 17. Hallar el número.

3. Resolver el sistema: $\begin{cases} 3x - 2y = -2 \\ 5x + 8y = -60 \end{cases}$

4. Resolver y luego verificar las siguientes ecuaciones:

   a) $x - 12 = 3x^2 - 2x(x - 4)$

   b) $2x^2 - 5x = 7$

   c) $25x^2 - 125 = 0$ [1]

BIBLIOGRAFÍA CONSULTADA

Goñi Galarza, Juan.	ÁLGEBRA
Baldor, Aurelio.	ÁLGEBRA
Galdós P.	ÁLGEBRA
Barnett Rich.	ÁLGEBRA ELEMENTAL.
MEC.,	PROGRAMA PARA EDUCACIÓN DE ADULTOS.
Comisión Episcopal de Educación,	CONTENIDOS PROGRAMATICOS DEL AREA HUMANÍSTICO DE FERIA
Comisión Episcopal de Educación.	ELEMENTOS PARA LA ELABORACIÓN DE MATERIAL EDUCATIVO A DISTANCIA.

(Conclusiones del primer seminario-taller de FERIA.)

---------o--------.

ORURO --- BOLIVIA[1]

[1] La educación, es el traje de gala para asistir a la fiesta de la Vida